

**UNIVERSIDADE POTIGUAR - UNP
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENGENHARIA DE PETRÓLEO E
GÁS-AUTOMAÇÃO DE PROCESSOS INDUSTRIAIS**

DENNYS LOPES ALVES

**ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE
FLUIDOS DERIVADOS DE PETRÓLEO**

**NATAL
2014**

DENNYS LOPES ALVES

**ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE
FLUIDOS DERIVADOS DE PETRÓLEO**

Dissertação apresentada à Universidade
Potiguar-UNP, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia de Petróleo e Gás.

ORIENTADOR: Prof. Aarão Lyra, Dr. Sc.

**NATAL
2014**

DENNYS LOPES ALVES

**ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE
FLUIDOS DERIVADOS DE PETRÓLEO**

Dissertação apresentada à Universidade
Potiguar-UNP, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia de Petróleo e Gás.

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Élcio Correia de Souza Tavares, Dr. Sc.

Examinador Interno

Universidade Potiguar – UnP.

Prof. Max Chianca, Dr. Sc.

Examinador Externo

Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA.

Prof. Aarão Lyra, Dr. Sc.

Orientador

Universidade Potiguar – UnP.

Prof. Franklin Silva Mendes, Dr. Sc.

Coordenador do Curso

Universidade Potiguar – UnP

SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	4
1 INTRODUÇÃO	8
1.1 OBJETIVO.....	10
1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA.....	14
2.1 FLUIDOS.....	14
2.2 PRESSÃO	16
2.3 PERDA DE CARGA.....	19
2.4 VAZÃO	21
2.5 EQUAÇÕES DE CONTINUIDADE E DE BERNOULLI	24
2.6 TEMPERATURA	31
2.7 ALTURA (COTA).....	32
2.8 TRECHOS.....	33
2.9 ANEL.....	33
2.10 NÓ.....	34
2.11 REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE FLUIDOS	34
2.12 VAZÃO x CARGA HIDRÁULICA x RUGOSIDADE	35
3 REDES DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS	37
4 MODELAGEM.....	44
5 MÉTODOS COMPUTACIONAIS DIRETOS E ITERATIVOS.....	56
5.1 MÉTODO DE GAUSS	59
5.2 MÉTODO DE NEWTON	60
6 ALGORITMO.....	66

6.1	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO	70
7	EXEMPLOS PELO MÉTODO DE GAUSS	72
7.1	3 TRECHOS COM GAUSS	72
7.2	5 TRECHOS COM GAUSS	74
7.3	7 TRECHOS COM GAUSS	75
7.4	25 TRECHOS COM GAUSS	79
8	EXEMPLOS PELO MÉTODO DE NEWTON.....	80
8.1	3 TRECHOS COM NEWTON	80
8.2	25 TRECHOS COM NEWTON	83
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
	ANEXO A – DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO PERDA DE CARGA POR TRECHO	85
	ANEXO B - PROGRAMAÇÃO	87
	B.1 MÉTODO DE GAUUS-SIDEL – REDE 25 TRECHOS.....	87
	B.2 MÉTODO DE NEWTON – REDE 25 TRECHOS	91
	ABSTRACT	95
	REFERÊNCIAS	97

ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE FLUIDOS DERIVADOS DE PETRÓLEO

Dennys Lopes Alves*

RESUMO

O presente texto apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático e sua correspondente solução por métodos computacionais iterativos, além de seu respectivo algoritmo de simulação computacional que determinam às perdas de cargas e cálculo de vazão e pressão de fluidos líquidos utilizados na indústria de petróleo e gás. A dinâmica do deslocamento dos fluidos dentro das tubulações esta diretamente associada ao atrito destes com a superfície interna dos dutos, bem como com as turbulências causadas pelo contato das diversas camadas que formam o referido fluido. Objetivamos com este trabalho estimar alguns parâmetros técnicos a partir de algumas hipóteses simplificadoras. A estimativa de tais parâmetros proporcionará uma análise quantitativa e qualitativa dos gradientes de variação de pressão ao longo do deslocamento na rede de condutos, além de influenciar, sobremaneira, em outros parâmetros hidráulicos tais como a vazão volumétrica do sistema e velocidade de deslocamento do fluido. A motivação decorre do fato de que tais sistemas, por aspectos ora técnicos ora econômicos, ou na maioria dos casos ambos, não possibilitam a instalação de estações de medição em locais de difícil acesso. Economicamente não é viável, em inúmeras aplicações, a instalação de estações de medição ao longo de todo o sistema, o que consolida a importância da utilização de estimadores de parâmetros. Esta impossibilidade dificulta o monitoramento dos parâmetros de interesse, tais como pressões e vazões, nos pontos da malha de distribuição do fluido. A aplicabilidade do método desenvolvido proporciona a possibilidade de estimar/mensurar eventuais alterações dos principais parâmetros que norteiam o funcionamento da rede, mediante modificações de parâmetros e verificando o impacto de tais alterações, como por exemplo, alterando o comprimento e diâmetro efetivo dos condutos, aumento ou redução do número de nós e perdas de carga ao longo dos diversos trechos. Outro aspecto técnico relevante esta relacionado com a possibilidade de detectar vazamentos em trechos da rede de distribuição, a partir da diferença de pressão e vazão em nós subsequentes da rede. O método desenvolvido se propõe a modelar numericamente uma rede hidráulica de dutos destinados à distribuição de fluidos derivados de petróleo. A simulação visa fornecer os subsídios básicos com o intuito de maximizar a operação da

*Engenheiro eletricitista pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN, especialista em engenharia de segurança do trabalho (Latu Sensu) pela Universidade Potiguar-UNP, técnico em eletrotécnica pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do RN-IFRN, técnico em telecomunicações pelo Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial-SENAI/RN, especialista técnico em inspeção de equipamentos, instrumentista e eletricitista industrial pelo Centro de Tecnologias do Gás e Energias Renováveis-CTGAS/ER (SENAI-RN).

Endereço: Rua Santa Izabel, 150, Igapó, Natal - RN, CEP: 59106150.

E-mail: dennysenge@yahoo.com.br

rede no que tange a aspectos técnicos tais como a manutenção e expansão da rede, bem como o aumento da rentabilidade financeira, mediante a diminuição de seu custo operacional. A otimização fica a cargo da rotina interna do algoritmo, uma vez que este calcula, mediante determinado ciclo de iterações, o valor de vazão nodal demandada por determinados pontos da malha de dutos. A partir do equacionamento matemático da situação problema obtemos expressões não lineares, tendo como consequência direta o fato de que o comportamento de nossas situações problemas são investigadas pelos métodos de Gauss-Sidel e Newton-Raphson.

Palavras Chaves: Redes Hidráulicas; Distribuição de Fluidos; Métodos Numéricos; Modelagem; Vazão, Perda de Carga.

1 INTRODUÇÃO

A grande variedade de processos associados às indústrias petroquímicas e de petróleo e gás englobam produtos de diversas naturezas e tipos, necessitando de uma vasta, sólida e profunda gama de ações de controle e automatização que buscam, sobretudo, controlar e manter constantes, em condições mais adequadas e/ou precisas, as variáveis de interesse aos segmentos produtivos, como pressão, vazão e velocidade, dentre muitas outras.

O texto foi fundamentado e alicerçado nos eixos temáticos associados a especialidades de caráter interdisciplinar tais como hidráulica industrial, instrumentação industrial, automação/controle de processos e tubulações industriais.

Essencialmente buscamos estimar matematicamente os valores de pressão e vazão do fluido de interesse em pontos remotos ou onde não se têm viabilidade econômica para instalação de estações de medição. A partir dos resultados obtidos pode-se manter a variável controlada, por exemplo, a vazão de consumo em determinado nó da rede, no valor especificado, proporcionando efetuar correções em função dos desvios que eventualmente venham a existir.

A forma através da qual se pretende atingir o objetivo descrito é fazendo uso do artifício da modelagem numérica e das manipulações matemáticas via processos assistidos e/ou controlados por computador, com o propósito de determinar os valores de vazão e pressão de fluidos, confinados por superfícies sólidas, transitando por condutos¹, entre os nós de redes de distribuição de plantas industriais, obedecendo a acurácia, precisão e a homogeneidade dimensional dos cálculos envolvidos.

No desenvolvimento da pesquisa julgamos como nossa principal limitação a falta de dados reais das vazões e pressões, nos trechos de tubulações já existentes e em funcionamento, para certificarmos a eficiência da modelagem matemática desenvolvida.

¹ Designação genérica para qualquer estrutura sólida destinada ao transporte natural (o fluido em movimento apresenta uma superfície livre) ou forçado (o fluido preenche totalmente o duto, tocando toda a superfície interna do mesmo) de fluidos.

Em nosso entendimento este projeto torna-se relevante, no que tange a aspectos práticos, em virtude de que o mesmo leva a otimizar a operação do sistema no que se refere a minimizar gastos com instrumentos de medição, bem como detecção prévia de vazamentos, maximizando o trânsito dos fluidos na pressão e vazão requeridas, tornando possível antecipar o curso dos eventos inerentes a rede hidráulica em análise, predizendo vazamentos de grandes proporções antes que os mesmos ocorram na prática e ainda estudando matematicamente vários aspectos do processo, sem a necessidade de realização de experimentos onerosos e demorados.

Quanto ao desenvolvimento do trabalho enumeramos uma sequência coerente de ações que em nosso entendimento norteiam as etapas que foram executadas:

- a) Especificação precisa e definição formal do problema a ser resolvido, destacando os procedimentos necessários;
- b) Detalhamento de plantas de tubulações industriais, evidenciando trechos da rede e a disposição de seus respectivos nós, formando uma malha ou grade, sendo esta etapa crucial ao desenvolvimento da modelagem;
- c) Estabelecimento das condições de contorno do problema e do fluxo de dados entre os procedimentos;
- d) Definição do tipo de fluido (ex.: água, gasolina, etc.) e das principais propriedades dos mesmos, tais como temperatura, densidade, viscosidade, dentre outras;
- e) Modelagem matemática, a partir de equacionamento dos parâmetros numéricos de interesse, para cálculo de vazões e pressões, elaboração de algoritmos de solução com sequência precisa e finita de instruções, além de um conjunto de métodos para execução sistemática do projeto;
- f) Implementação numérica mediante simulação, em linguagem de programação adequada, fazendo uso de softwares específicos;
- g) Estabelecimento de critérios indicativos que atestem que o problema foi resolvido adequadamente, mediante divisão da programação em pequenos módulos;
- h) Aplicação de testes de depuração, estabilidade e inferência dos resultados propostos pelo programa desenvolvido, verificando se os blocos funcionais executam suas ações, de forma individual e interagindo com os demais

módulos, conforme especificado, assim como avaliar a aplicabilidade dos métodos a situações ou trechos de plantas reais;

- i) Buscar outras técnicas ou modelagens semelhantes em revistas técnicas específicas nas áreas de metrologia e instrumentação industrial ou ainda artigos científicos relacionados diretamente ou que versem sobre esta temática, possibilitando modificações e extensões na funcionalidade do sistema desenvolvido.

1.1 OBJETIVO

Como objetivo geral nos propomos a realizar a modelagem computacional, adequada e realista, do comportamento dos fluidos em pontos remotos de redes de distribuição² de fluidos derivados de petróleo. A modelagem de redes de distribuição de fluidos da indústria de petróleo e gás, a partir do conhecimento adequado do processo, dos princípios e equações básicas que regem tais processos, com esforço computacional reduzido, é o tema central deste texto.

Norteamos nossa pesquisa no equilíbrio entre uma simulação e modelagem que simultaneamente atenda aos requisitos de precisão e baixa complexidade de implementação computacional, optando por um modelo mais simples, porém que forneça resultados satisfatórios e aceitáveis em pouco tempo de processamento (emprego eficiente de recursos computacionais), buscando assim torná-los úteis para o analista, uma vez que refletem as características essenciais ao sistema físico que o mesmo representa.

Quanto à aplicabilidade concreta do problema podemos citar a detecção de vazamentos, uma vez que, quando ocorrer uma diferença de pressão / vazão entre dois nós , e esta for muito acentuada, estará caracterizada a presença de vazamento na rede de dutos.

² Tubulações constituídas por tubos de diâmetros diferentes interconectados entre si mediante o uso de inúmeras conexões paralelas e em série, e seus respectivos acessórios, tais quais curvas, cotovelos e análogos, destinados a transportar o fluido desde os pontos de suprimento (fontes) até os pontos de descarga ou consumo (cargas ou sumidouros).

Em sistemas industriais de médio e grande porte, destinados à distribuição de fluidos, têm-se a necessidade contínua de manter um controle operacional rigoroso ao longo dos diversos ramais e derivações da rede. Tal necessidade pode ser concretizada a partir da compreensão física da dinâmica dos fluidos, facilitando a visualização global dos processos envolvidos.

Visando atender esta demanda no que concerne à redução do custo total mínimo (instalação, operação e manutenção), associado à energia elétrica e a gestão de atividades de manutenção, propomos com esta modelagem matemática, a partir de um entendimento intuitivo, alavancar a eficiência do sistema, antecipando falhas e disponibilizando um recurso capaz de proporcionar simulações a cerca das prováveis perdas de vazão ou pressão na rede. Objetivamos ainda, a partir de uma percepção intuitiva, predizer o impacto de eventuais expansões nos ramais que a constituem.

Ao longo do corpo texto apresentamos e discutimos a inter-relação entre os aspectos inerentes ao fluido (viscosidade/aderência interna do fluido, número de Reynolds, dentre outros) e suas respectivas perdas de carga, pressões e vazões nos diversos nós da uma rede de distribuição.

Os dados numéricos como, por exemplo, a demanda nos nós, podem ser provenientes, dentre outras fontes, de estações de medição em tempo real e são utilizadas como parâmetro de entrada do algoritmo do sistema computacional numérico desenvolvido. Novamente enfatizamos que a modelagem visa, sobretudo, a otimização operacional do sistema.

Quanto à validação do algoritmo desenvolvido, citamos como principal entrave a calibração dos dados, devido à falta de dados reais de referência. Neste caso, tornam-se necessários dados de plantas reais, visando proporcionar a possibilidade de comparar os resultados finais das interações com as situações reais encontradas *in loco*.

A otimização de sistemas hidráulicos, via simuladores numéricos, quase sempre desencoraja os pesquisadores, visto a complexidade dos parâmetros que devem ser modelados e avaliados, entretanto, em contrapartida, a automação pós-período de implantação converge para um aumento considerável da rentabilidade financeira da instituição ou empreendimento.

O nível de incerteza associado à modelagem numérica relaciona-se com o grau de confiabilidade que podemos atribuir às medições de vazão e pressão nos pontos que já são monitorados por medidores reais, mas, sobretudo a variação do diâmetro efetivo e coeficiente de rugosidade dos dutos que transportam o fluido.

Outro aspecto, deveras relevante, é a demanda ou vazão de consumo nos nós de interesse do circuito de distribuição constituído por um canal confinado, inteiramente limitado por superfícies sólidas, caracterizando o escoamento como sendo do tipo interno. Os nós devem ser caracterizados como pontos de entrada ou saída de fluido.

Apesar de serem, de um modo geral, bem estimados, os aspectos descritos acima são dados de natureza variável e como tal fazem da técnica de modelagem hidráulica (subcategoria da hidrodinâmica que trata de escoamentos em tubulações e canais abertos) um conceito que requisita dos fundamentos teóricos das técnicas não lineares de tratamento de dados, podendo ser obtidos sistemas de equações lineares e não lineares.

A fundamentação teórica que referencia este texto é o artigo “*Calibração de Modelo Hidráulico de Rede de Distribuição de Água*”, de autoria do pesquisador Antônio Marozzi Righetto do departamento de engenharia civil da UFRN, devidamente citado em nossas referências.

O tratamento matemático fica a cargo das técnicas do cálculo numérico, implementadas através dos métodos de Gauss-Sidel e de Newton, através do cálculo iterativo dos gradientes das variáveis de interesse a solução da situação problema.

1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO

Em toda a indústria do petróleo, o controle de variáveis de interesse proporciona o monitoramento e conseqüente tomada de decisões, acerca da correta parametrização dos instrumentos e malhas de controle nas várias etapas do processo como, por exemplo, na etapa de distribuição de fluidos, através de uma seção de escoamento, entre os diversos setores da planta.

O correto ajuste dos instrumentos vai proporcionar, por exemplo, o dimensionamento das características físico-químicas dos subprodutos de uma torre de destilação.

A integração dos operadores com o processo é possibilitada pelas redes industriais, pelos protocolos de comunicação e pelo uso de supervisórios de controle. Toda parametrização é disposta na tela do painel sinótico ou do monitor do engenheiro de processos, de forma esquemática, sequenciada e resumida, a partir de gráficos e fluxogramas de processo.

Logo, o uso de softwares de simulação, sistemas de aquisição de dados e assemelhados, tem vastíssimo campo de aplicação na indústria, proporcionando uma contextualização e aplicação real de nossa solução proposta.

Como em qualquer processo de aquisição de dados para tratamento computacional, alguns aspectos ou fatores podem influenciar as medições, gerando incertezas paramétricas. Alguns destes fatores são listados abaixo:

- a) Erros dos sensores;
- b) Características elétricas dos cabos;
- c) Condições do ambiente;
- d) Todo e qualquer dispositivo situado entre o ponto de tomada de medição e o equipamento que a apresenta.

No atual estágio de desenvolvimento tecnológico a grande maioria das situações que se apresentam no dia a dia das indústrias, já proporcionam a precisão requerida para a eficiência e a produtividade do processo. As exceções são os casos específicos que demandam extrema precisão ou ainda nas aplicações onde se têm um layout com disposição de vários instrumentos em série, somando-se as incertezas dos mesmos.

A pesquisa busca obter o ponto de eficiência máxima do processo a partir da escolha de um método mais simples e menos dispendioso de monitoramento das variáveis de controle, no caso proposto, um simulador computacional. O algoritmo visa, a partir de técnicas de medição e simulações numéricas, fornecer a todo o momento informações com a precisão requerida pelo processo.

Todos os métodos consagrados de avaliação de erros de medida são baseados em aspectos estatísticos, sendo este caminho também relevante no que se refere à validação dos resultados apresentados pelo software.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o intuito de facilitar o manuseio do seu conteúdo, optamos por iniciar apresentando, de modo direto e didático, alguns tópicos que julgamos relevantes ao entendimento da modelagem descrita nos capítulos subsequentes de nosso texto.

Por não tratar-se de um livro texto, visto que já existem vastíssimos títulos dentro da literatura técnica nacional, escrevemos este capítulo procurando contemplar, ao máximo, conceitos de cunho prático, omitindo desenvolvimentos teóricos muito extensos, visto que estes não tem aplicabilidade direta na modelagem computacional proposta em nosso trabalho.

Conhecimentos mais especializados podem ser obtidos mediante consulta a materiais adicionais mais específicos, tais quais os citados nas referências apresentadas ao fim do texto base.

2.1 FLUIDOS

Fluidos, intuitivamente, são substâncias, a priori, de características opostas aos sólidos. Os primeiros tem tendência a escoar (deformar continuamente), enquanto que os últimos tendem a se deformar ou dobrar. Definindo de forma mais técnica, os fluidos podem ser caracterizados como substâncias que se deformam continuamente quando submetidas a uma tensão de cisalhamento tangencial, mesmo quando estiverem em repouso, enquanto que os sólidos submetidos à mesma força não sofrem deformações significativas, desde que o esforço ao qual foram submetidos não seja suficientemente grande para deformá-los plasticamente.

De um modo geral, podemos afirmar que os sólidos tem comportamento predominantemente elástico enquanto que os fluidos tem comportamento viscoso, não havendo tensão de cisalhamento quando estiverem em repouso.

O termo fluido pode ser associado a substâncias nos estados líquido, gasoso ou de vapor. Os líquidos apresentam como característica geral o fato de ser pouco compressíveis³, ou seja, são tipicamente incompressíveis, exceção feita aos derivados de petróleo, alvo de nosso texto, visto que nestes, este aspecto não pode ser desprezado. No caso dos vapores e gases (caracterizados por possuir suas ligações intermoleculares mais fracas, devido à distância entre suas moléculas), seu comportamento é oposto, visto que são muito compressíveis, sofrendo grande influência da temperatura e da pressão (ex.: vapor de GLP).

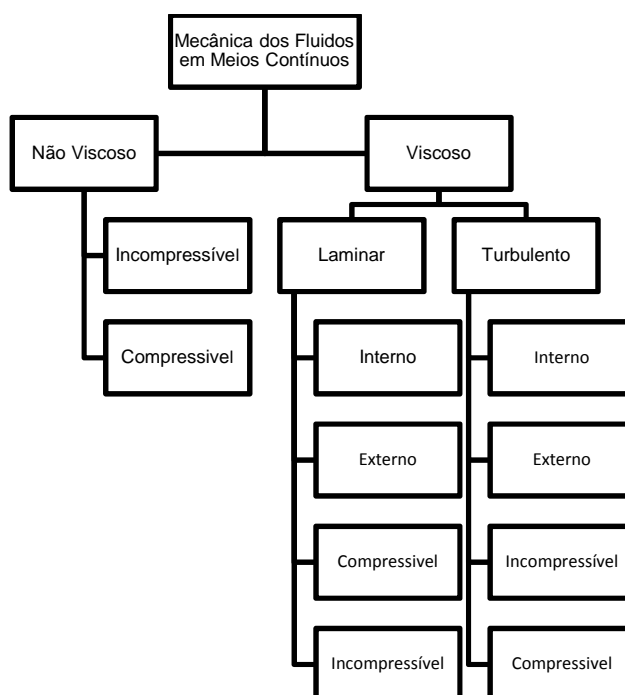


Fig. 1. Caracterização da dinâmica dos fluidos. Fonte: Elaborado pelo autor.

Em nosso texto trataremos exclusivamente de fluidos newtonianos e escoamentos viscosos⁴, sendo estes fluidos caracterizados por possuírem uma proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e sua respectiva taxa de deformação. Abordaremos também apenas os escoamentos que ocorrem de modo a estarem completamente limitados por superfícies sólidas (tubos, dutos, válvulas, acessórios e análogos), designados de escoamentos internos.

³ Caracterizados por não ocorrer variação (ou ocorrer variação desprezível) na massa específica do fluido ao longo de seu deslocamento, praticamente não variando o volume de cada porção do fluido com a alteração da pressão, ou seja, a densidade permanece constante em todos os locais.

⁴ Escoamentos não viscosos são também designados de escoamentos invíscidos.

2.2 PRESSÃO

Entende-se a pressão como sendo a ação de determinada força em oposição a uma força contrária, assemelhando-se a um empuxo distribuído de forma uniforme, atuando na superfície de um duto fechado, ou ainda, a tensão normal presente nos sólidos, agindo perpendicularmente a superfície.

De modo mais simplificado a pressão vai corresponder a uma força normal, neste caso exercido por um fluido, por unidade de área, supondo a pressão constante sobre toda a área, conforme equacionamento a seguir:

$$P = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Onde:

F: Força (Newtons: $N = \text{kg.m/s}^2$);

A: Área (Metro quadrado: m^2);

P: Pressão (Pascal: $\text{Pa} = \text{N/m}^2$)

Intuitivamente pode-se observar, a partir de sua respectiva equação, que a pressão pode ser expressa em termos de unidades de força e área. Além disto, em algumas aplicações a pressão pode ser obtida a partir da altura de uma coluna de líquidos, em cuja base aplica-se a mesma pressão.

Para plantas dimensionadas a partir do sistema métrico industrial, a pressão é expressa em kgf/cm^2 , para as plantas no sistema inglês industrial utiliza-se a pressão em $\text{psig (lbf/in}^2)$. Outras unidades são apresentadas na tabela 01 e na fig. 02 que se seguem.

TABELA 01
OUTRAS UNIDADES DE MEDIÇÃO DE PRESSÃO

Unidade	Descrição
cm H ₂ O	Centímetro de coluna de água a 4°C.
mm HG OU Torr	Milímetro de coluna de mercúrio a 0°C.
mca	Metros de coluna de água.
cmca	Centímetros de coluna de água.

Pol. H ₂ O	Polegada de coluna de água a 4°C.
Pol. Hg	Polegada de coluna de mercúrio a 0°C.
bar	Aproximadamente a pressão da água do mar a 10 metros de profundidade.
atm	Atmosfera normal ⁵ .

Unidades de pressão	Pa (N/m ²)	kgf/cm ²	psi	pol. H ₂ O	cm H ₂ O	pol. Hg	mm Hg (Torr)	atm	bar
Pa (N/m ²)	1	1,0197 x 10 ⁻⁵	1,45 x 10 ⁻⁴	4,0147 x 10 ⁻³	0,010197	2,953 x 10 ⁻⁴	7,501 x 10 ⁻³	9,8692 x 10 ⁻⁶	1 x 10 ⁻⁵
kgf/cm ²	9,8069 x 10 ⁴	1	14,22	393,7	1000	28,96	735,6	0,9678	0,98069
psi	6,8948 x 10 ⁵	0,07031	1	27,68	70,31	2,036	51,71	0,06805	0,06895
pol. H ₂ O	249,08	0,00254	0,03613	1	2,540	0,07355	1,868	0,00246	0,00249
cm H ₂ O	98,064	0,0010	0,01422	0,3937	1	0,02896	0,7356	9,678 x 10 ⁻⁴	9,8064 x 10 ⁻⁴
pol. Hg	3,3864 x 10 ³	0,03453	0,4912	13,5951	34,53	1	25,40	0,03342	0,03386
mm Hg (Torr)	133,32	0,00136	0,01934	0,5352	0,001359	0,03937	1	0,00132	1,3332 x 10 ⁻³
atm	1,0133 x 10 ⁵	1,033	14,69	406,79	1033	29,92	760,0	1	1,0133
bar	1 x 10 ⁵	1,0197	14,504	401,47	1019,7	29,53	750,06	0,98692	1

Fig. 2. Tabela de conversão de unidades de pressão. Fonte: BEGA, Egídio Alberto et al. (Org.). **Instrumentação Industrial**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

A pressão é uma grandeza física caracterizada por possuir o mesmo valor, em qualquer ponto do fluido, em todas as direções, tendo, portanto intensidade, mas não possuindo uma direção específica, sendo como consequência uma grandeza escalar.

A literatura técnica classifica a pressão como absoluta ou como atmosférica (efetiva), a primeira associada ao vácuo absoluto, enquanto que a segunda relaciona-se com o peso total da coluna de camada gasosa que envolve o globo terrestre. A limitação associada à pressão atmosférica decorre do fato de que a mesma varia em

⁵ Pressão exercida por uma coluna de 760 mmHg, com massa volumétrica de 13,5952 g/cm³. No nível do mar e em condições normais de gravidade (9,80665 m/s²) e a 0°C, 1 atm equivale a 14,69 psia, 1,033 kgf/cm², 760 mm de coluna de Hg ou ainda 29,92 pol. de Hg.

função da altitude e das condições ambientais do local alvo do estudo. Ao informar o valor de pressão deve-se indicar se a mesma é absoluta ou atmosférica, entretanto nos ambientes industriais omite-se o tipo de pressão ficando implícito que a pressão de trabalho é atmosférica.

Ao utilizarmos a pressão atmosférica como referencial de medição, as pressões medidas acima desta referência são chamadas de pressões relativas, manométricas, barométricas, positivas ou ainda efetivas. Pressões abaixo deste referencial intitulam-se de pressões negativas, vácuos (redução da função atmosférica) ou depressão.

Em resumo temos:

- I. Pressão absoluta = (Pressão relativa + Pressão atmosférica);
- II. Pressão manométrica= (Pressão absoluta – Pressão atmosférica);
- III. Pressão vácuo= (Pressão atmosférica – Pressão absoluta).

A circulação do fluido dentro de um duto, no caso deste texto uma tubulação industrial, vai gerar as seguintes modalidades de pressão:

- a) Estática;
- b) Dinâmica ou cinética;
- c) Total;
- d) Diferencial.

A pressão estática trata-se de uma sobrepessão ou depressão relativa associada à atuação de um equipamento industrial (exemplo: bomba centrífuga, utilizada em escoamentos forçados) ou pela altura de uma coluna de líquido.

Supondo que não há movimento do fluido no interior do duto, a este será associada à mesma pressão em todos os pontos que constituem o duto. Em caso de movimento do fluido teremos uma pressão dinâmica.

O equacionamento corresponde à pressão dinâmica é apresentado abaixo:

$$P_d = \rho \times \frac{v^2}{2} \quad (2) \quad \text{ou} \quad P_d = \gamma \times \frac{v^2}{2g} \quad (3)$$

Onde:

P_d : Pressão dinâmica em N/m^2 (eq. 2) ou kgf/m^2 (eq. 3);

ρ : Massa específica do fluido⁶ (kg/m^3);

V : Velocidade do fluido (m/s);

γ : Peso específico do fluido (kgf/m^3)⁷;

g : Aceleração da gravidade ($9,80665 m/s^2$).

A soma da ação conjunta das pressões estáticas e dinâmicas nos fornece a pressão total. Nas aplicações em que se necessita mensurar a diferença de pressão medida entre dois pontos distintos do duto, deve-se medir a chamada pressão diferencial (Δp).

A pressão esta intrinsecamente relacionada ao movimento dos fluidos dentro dos dutos, uma vez que tal comportamento obedece ao princípio de Pascal, garantindo que a pressão aplicada em um determinado nó de entrada será transmitida a todos os demais pontos que constituem o fluido, sendo este princípio à base da hidráulica.

2.3 PERDA DE CARGA

Em virtude da não existência de fluidos ideais (fluidos de viscosidade nula), todo movimento dos fluidos estará associado à dissipação de energia por atrito, provocando as chamadas perdas de cargas, correspondentes as perdas de energia do fluido ao longo de seu escoamento, mesmo supondo-se a ausência de perdas induzidas de calor (escoamento adiabático). A bibliografia especializada versa que o atrito do fluido com as paredes internas do duto provocaria uma tendência de aquecimento do fluido (aumento de sua energia térmica interna), supondo uma troca de calor entre este e o meio.

⁶ Também designada de densidade absoluta, em geral, medida em massa por unidade de volume. Opcionalmente pode-se trabalhar ainda com a densidade relativa representada por: δ .

⁷ Exemplo de pesos específicos de fluidos: $\gamma_{\text{ÁGUA}} = 1 \text{ gf/cm}^3$; $\gamma_{\text{ÁLCOOL}} = 0,8 \text{ gf/cm}^3$; $\gamma_{\text{MERCÚRIO}} = 13,6 \text{ gf/cm}^3$.

Oposições ou obstáculos à passagem do fluido dentro de uma rede de tubulações podem ser provocados pela redução da secção transversal do conduto ou instalação de instrumentos/equipamentos diversos, tais como placas de orifício, filtros, válvulas e análogos. Tais oposições são capazes de gerar perdas de carga, ou seja, pressões distintas a jusante (depois) e a montante (antes) de um trecho ou obstáculo, sendo esta pressão uma pressão diferencial.

Outras perdas de energias estão associadas à viscosidade (coesão ou choque entre as moléculas que constituem o fluido) e a turbulência do fluido transitando dentro do conduto fechado, além é claro da redução da área do duto. A perda de carga pode ser avaliada a partir do aumento da energia térmica (efeito muito pequeno e difícil de avaliar) ou pela perda da energia de pressão do fluido (perdas mecânicas).

Podem-se distinguir dois tipos de perdas de carga:

- a) Perda de carga distribuída: associada a tubos retos de secção constante, em decorrência do atrito mútuo entre as partículas do fluido. Só torna-se relevante em trechos relativamente longos, uma vez que o atrito vai ocorrer de forma distribuída ao longo dos mesmos;
- b) Perda de carga singular ou local: associadas a pontos ou trechos onde o fluido sofre perturbações bruscas de escoamento. Neste caso as perdas podem ser elevadas mesmo em pontos relativamente curtos da instalação. Podem ser geradas em cotovelos, válvulas (gaveta, globo ou retenção), mudanças bruscas de direção, alargamentos ou estreitamentos acentuados, obstruções parciais, dentre outros, chamados genericamente de singularidades.

Dependendo da disposição dos dutos que constituem a rede, podemos encontrar situações nas quais a perda de carga singular é desprezível quando comparada com a distribuída como, por exemplo, em oleodutos com grandes extensões de dutos retos com poucas singularidades ou o contrário, ou seja, situações com muitas singularidades em trechos curtos de dutos, muito comuns em aplicações de hidráulica residencial.

As perdas de carga singulares são calculadas através do método dos comprimentos equivalentes, sendo seu comportamento substituído por um análogo,

associado a um comprimento fictício de uma tubulação de seção constante, que produz uma perda distribuída igual à perda da singularidade analisada.

As perdas de carga serão mensuradas de forma distinta quando tratarmos de fluidos em escoamento de canal aberto, ou seja, aplicações nas quais o duto esta apenas parcialmente cheio com líquido, havendo, portanto uma superfície livre (escoamentos externos).

Resumidamente a análise do problema pode ser descrita em linhas gerais como: durante o escoamento do fluido no conduto, o atrito vai resultar em queda de pressão e perda de carga, e posteriormente esta queda de pressão é utilizada para calcular os requisitos de vazão necessários ao funcionamento da rede.

2.4 VAZÃO

A medição de vazão está intrinsecamente relacionada com as aplicações na indústria de petróleo e gás, quase sempre associadas ao transporte de fluidos newtonianos em dutos, tais como oleodutos e gasodutos, garantindo a eficácia, qualidade e otimização do controle de processos.

Quanto a sua definição formal a vazão é caracterizada como sendo a quantidade de fluido que atravessa a seção reta de um duto, em um determinado intervalo de tempo.

$$Q = \frac{V}{t} \quad (4)$$

Q: Vazão em volume (m³/s, L/s, m³/h, L/min);

V: Volume (m³, L);

t: Tempo (s, min, h).

A vazão será igual à velocidade vezes a área da seção do tubo, variando também em função da altura manométrica. Matematicamente:

$$Q = \frac{V}{t}; V = S \times A \quad (5); v = \frac{S}{t} \Rightarrow Q = v \times A \quad (6)$$

Onde:

S: Distância percorrida pelo fluido;

A: Área da seção transversal do duto⁸;

v: Velocidade média de deslocamento do fluido (supondo que a mesma é uniforme na seção considerada).

A velocidade dos fluidos em movimento dentro das tubulações varia de zero, próximo as paredes internas do tubo (em virtude da condição de não-eskorregamento) até atingir seu valor máximo na região central da tubulação. Em virtude deste comportamento variável, a velocidade é dimensionada em função de seu valor médio, por isso trabalharemos com a velocidade média do fluido, desde que a área da seção transversal do duto (bitola ou diâmetro) permaneça constante durante o escoamento incompressível.

Para fins de diminuição da capacidade computacional de processamento, foram feitas simplificações na modelagem, tratando-se os fluidos derivados de petróleo como sendo aproximadamente incompressíveis, ou seja, supõe-se que estes vão permanecer com sua massa específica aproximadamente constante durante todo o seu deslocamento entre os nós da rede hidráulica, não afetando consideravelmente a precisão desejada como solução quantitativa e qualitativa para o equacionamento e para as observações práticas. Pequenas variações nas densidades dos líquidos não vão resultar em consequências consideráveis.

A análise dos fluidos é efetuada de forma integral, no sentido de que o fluido é considerado um sistema no qual as porções de substâncias que o constituem tem, em média, um comportamento semelhante, ao contrário da análise diferencial onde se considera o movimento individual das partículas que constituem o fluido. Esta última não será abordada em nossa explanação.

Para todos os resultados apresentados pelo software, considerou-se o fluido em regime permanente e uniforme, sendo desprezadas eventuais pequenas

⁸ Embora sejam diferenciados em algumas bibliografias, utilizaremos indiscriminadamente os termos tubo, conduto e duto com a mesma significação, toda se referindo a seções de escoamento.

variações das propriedades do fluido com o passar do tempo, uma vez que o movimento do fluido não alterou significativamente a configuração de suas propriedades e estamos interessados apenas nos resultados obtidos a partir da média temporal das velocidades (velocidade média) e das propriedades gerais do escoamento.

A medição de vazão também pode ser caracterizada por se aplicar aos fluidos em uma única fase ou em múltiplas fases, como por exemplo, no caso de substâncias em forma de geleias ou pastas.

Algumas aplicações são caracterizadas ainda por manipular líquidos condutores de eletricidade, fator que influencia no tipo de medidor de vazão a ser utilizado, visto que a condutividade elétrica do fluido vai interagir no funcionamento dos medidores eletromagnéticos.

A vazão pode ser dividida em mássica (medida em massa: kg/h^9) ou volúmica, também conhecida como volumétrica (medida em volume: m^3/h^{10}). Esta última deve ser referenciada a determinadas condições de temperatura e pressão.

Alguns aspectos que influenciam os valores de vazão ou limitam as possibilidades de aplicação são:

- a) Características físico-químicas do fluido, principalmente no caso de misturas;
- b) Diâmetros das linhas;
- c) Pressões de trabalho;
- d) Temperatura ambiente e/ou de operação;
- e) Viscosidades do fluido (resistência que o fluido oferece ao deslocamento de suas partículas, não sendo observável em fluidos em repouso). São exemplos de fluidos de alta viscosidade o petróleo bruto, o piche e o asfalto;
- f) Teores de impurezas, principalmente em líquidos não limpos;
- g) Existência de sólidos em suspensão ou imersos no fluido;
- h) Perdas de carga ao longo da rede hidráulica;

⁹ Também podem ser utilizadas quaisquer unidades que relacionem massa e tempo.

¹⁰ Ou qualquer relação matemática entre volume e tempo.

- i) Número de curvas ou pontos de mudança forçada da direção de deslocamento do fluido.

A natureza do fluido de trabalho, ou seja, suas propriedades físico-químicas são fundamentais para o entendimento e modelagem da dinâmica do processo de transporte de derivados de petróleo. O pleno entendimento destas características evitará desvios de leitura ou quantificações imprecisas, possibilitando ainda a correção ou eliminação dos erros, visto que a medição de vazão é caracterizada pela não linearidade e grande dependência das condições operacionais.

2.5 EQUAÇÕES DE CONTINUIDADE E DE BERNOULLI

A medição de vazão esta fundamentada em leis físicas universais, associadas a coeficientes de ajustes de natureza prática que garantem a precisão do valor mensurado. Dentre as equações teóricas destacam-se a equação de continuidade e a equação de Bernoulli.

Supondo líquidos incompressíveis fluindo em um trecho de tubulação totalmente preenchida (não ocorre fluxo lateral de massa), uma variação na seção deste tubo em um determinado instante provocará alterações na dinâmica do processo, entretanto, segundo a equação de continuidade em regime permanente, ainda mantêm-se as seguintes relações:

$$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2 = Q_V \quad (7)$$

$$\rho_1 \times Q_1 = \rho_2 \times Q_2 \quad (8) \Leftrightarrow \rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2 \quad (9)$$

Caso o fluido seja incompressível (como no caso dos líquidos), a massa específica será a mesma, logo a vazão em volume será a mesma em qualquer seção de escoamento.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho \Rightarrow \rho \times Q_1 = \rho \times Q_2 \quad (10) \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 \quad (11)$$

Onde:

S_1 : Seção da tubulação no trecho 1;

S_2 : Seção da tubulação no trecho 2;

V_1 : Velocidade do fluido no trecho 1;

V_2 : Velocidade do fluido no trecho 2;

Q_V : Vazão volumétrica.

A equação acima deixa implícito o fato de que velocidades e áreas são inversamente proporcionais, ou seja, uma diminuição da área provocará um aumento de velocidade e vice-versa.

No caso de uma rede de dutos, para o qual desenvolvemos a modelagem, teremos inúmeras entradas e saídas de fluido (no caso de nossa aplicação, incompressível e homogêneo), fazendo com que, de forma generalizada tenhamos um somatório de vazões:

$$\sum Q_{ENTRADA} = \sum Q_{SAÍDA} \quad (12)$$

Sendo atendida a igualdade proposta pela equação acima, teremos uma rede hidráulica livre de vazamentos.

No caso da equação proposta por Bernoulli, teremos a inter-relação entre as velocidades e pressões a partir da variação do diâmetro (tubo de área variável) do conduto onde flui o líquido. A equação proposta por Bernoulli trata-se de uma aproximação razoável, em determinadas regiões de escoamento, com viscosidade desprezível quando comparados aos efeitos da inércia, da gravidade e da pressão. Pode ser utilizada em muitos escoamentos de caráter prático, quando o movimento do fluido é governado pelos efeitos combinados das forças de pressão e gravidade. Num trecho horizontal, considerando um escoamento incompressível e em regime permanente, tal equação apresenta-se como:

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} \quad (13)$$

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2} = \text{Constante} \quad (14)$$

Considerando-se a elevação entre dois pontos a equação torna-se:

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g \times Z_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g \times Z_2 \quad (15)$$

A parcela $\frac{V_1^2}{2}$ é entendida como uma energia cinética, $g \times Z_1$ como uma energia potencial e o termo $\frac{P_1}{\rho}$ pode ser considerada uma energia de escoamento, caracterizando a equação de Bernoulli como uma equação de balanceamento de energia mecânica ou princípio de conservação da energia mecânica aplicado a sistemas em que não ocorrem conversões de energia mecânica em térmica e vice-versa, ou seja, as formas de energia mecânica citadas são convertidas entre si mantendo-se constante o seu somatório.

A equação nos permite entender o sistema físico como uma soma de energias cinética, potencial e de escoamento permanecendo constantes, no qual as conversões entre tais energias são capazes de gerar uma variação de pressão. Suas principais limitações são:

- a) Só se aplica a escoamentos em regime permanente, ou seja, não pode ser aplicada durante os períodos de modificação das condições de escoamento;
- b) Deve ser aplicada a escoamentos com atrito desprezível: trechos curtos com grandes seções transversais e baixas velocidades de escoamento, o que implica em tolerar alguns erros, bem como utilizá-la ao longo da região central de escoamento (afastada da superfície dos dutos);
- c) Não se aplica a uma seção de escoamento que envolva bombas ou propulsores;
- d) Nos termos em que foi apresentada, só deve ser utilizada em escoamentos incompressíveis;
- e) Não são consideradas transferências de calor.

Vale ressaltar que, na prática, nenhum escoamento real vai satisfazer as restrições citadas acima, em especial à assertiva b, servindo principalmente apenas para aproximar o comportamento dos escoamentos.

Supondo que o fluido é incompressível teremos: $\rho_1 = \rho_2$, de onde obteremos:

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho_1} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (16)$$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2 \quad (17)$$

Sendo:

V_1 : Velocidade no trecho 1;

V_2 : Velocidade no trecho 2;

P_1 : Pressão no trecho 1;

P_2 : Pressão no trecho 2;

ρ : Massa específica do fluido;

A grandeza massa específica corresponderá à massa do fluido por unidade de volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (18)$$

Onde:

m: Massa (kg);

V: Volume (m^3);

ρ : massa específica (kg/m^3).

A grandeza oposta à massa específica é o chamado volume específico, tipicamente um volume por unidade de massa:

$$v = \frac{V}{m} \quad (19) \Rightarrow v = \frac{1}{\rho} \quad (20)$$

Onde:

m: Massa(kg);

V: Volume (m^3);

v: Volume específico (kg/m^3).

A velocidade descrita é função de outro parâmetro-chave também significativo que é o número de Reynolds.

O número de Reynolds trata-se de um parâmetro que proporciona a análise dos sistemas com base na identificação de seu regime de escoamento. Na maioria das aplicações associadas ao escoamento viscoso, à medida que o número de Reynolds aumenta os efeitos viscosos vão se tornando desprezíveis. Trata-se de valor numérico adimensional calculado a partir da expressão:

$$R_e = \frac{\text{Forças Inerciais}}{\text{Forças Viscosas}} = \frac{V \times D}{\nu} \quad (21) \Leftrightarrow R_e = \frac{\rho \times V \times D}{\mu} \quad (22)$$

Onde:

R_e : Número de Reynolds;

V : Velocidade média do fluido (m/s);

D : Diâmetro (m);

ρ : Massa específica (kg/m³).

ν : Viscosidade cinemática¹¹ (m²/s ou centistokes: cSt¹²).

A título de ilustramos os valores nominais de viscosidade cinemática de alguns fluidos, apresentamos a seguir uma tabela que lista fluidos e suas respectivas viscosidades.

TABELA 02
VISCOSIDADE CINEMÁTICA DE ALGUNS FLUIDOS. FONTE: DISPONÍVEL EM:
<[HTTP://WWW.HIDROTEC.XPG.COM.BR/TABVISC.HTM](http://www.hidrotec.xpg.com.br/tabvisc.htm)>, ACESSO EM 12/03/2013.

Líquido	Temperatura (°C)	Viscosidade Cinemática (x 10 ⁻⁶ m ² /s)
ÁGUA	10	1,31
ÁGUA	20	1,00
ÁGUA	40	0,66
ÁGUA	80	0,37

¹¹ Neste caso trata-se da viscosidade cinemática, sendo esta a relação entre a viscosidade absoluta (também chamada de dinâmica) e a massa específica do fluido: $\nu = \mu/\rho$.

¹² 1 cSt= 10⁻⁶ m²/s

ÁGUA DO MAR	5	1,61
ÁGUA DO MAR	15	1,22
ÁGUA DO MAR	25	0,97
ÁLCOOL METÍLICO	20	0,727
ASFALTO	120	1600
AZEITE	38	43
BENZOL	20	0,744
GASOLINA	20	0,6
GLICERINA	0	8310
GLICERINA	20	1180
GLICERINA	40	223
LEITE	20	1,13
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	30	5,5
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	40	4,5
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	60	3,5
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	80	2,7
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	100	2,1
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	120	1,7
ÓLEO BRUTO DENS. 0,855	150	1,5
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	30	400
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	40	180
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	60	60
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	80	25
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	100	13
ÓLEO COMB. DENS. 0,940	120	8
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	40	1200
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	60	300
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	80	80
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	100	35
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	120	18,5
ÓLEO COMB. DENS. 0,968	150	10
ÓLEO DE ALGODÃO	38	38
ÓLEO DE BALEIA	38	38
ÓLEO DE LINHAÇA	38	30
ÓLEO DE SOJA	38	35
ÓLEO SAE-10	20	80
ÓLEO SAE-10	30	45
ÓLEO SAE-10	40	30
ÓLEO SAE-10	60	15
ÓLEO SAE-10	80	10
ÓLEO SAE-10	100	5
ÓLEO SAE-10	120	3

ÓLEO SAE-30	20	250
ÓLEO SAE-30	30	130
ÓLEO SAE-30	40	80
ÓLEO SAE-30	60	35
ÓLEO SAE-30	80	19
ÓLEO SAE-30	100	10
ÓLEO SAE-30	120	6,5
ÓLEO SAE-90	40	250
TETRACLORETO CARBONO	20	0,612

Dependendo do valor da velocidade, o escoamento poderá ser laminar ou turbulento. A partir do número de Reynolds classificamos as modalidades de escoamento, conforme critérios abaixo:

- a) $R_e \leq 2000$ ¹³ : Regime Laminar: as partículas fluidas viajam em camadas lisas (lâminas), praticamente sem agitações transversais e nem troca macroscópica de massa entre as partículas, sendo tipicamente suaves e ordenados. Ex.: escoamento de óleos altamente viscosos, em baixas velocidades, através de pequenos tubos ou passagens estreitas;
- b) $2000 < R_e < 2400$: Regime Transitório: fase intermediária entre os regimes laminar e turbulento, se alternando de forma aleatória entre os dois estados;
- c) $R_e > 2400$: Regime Turbulento: as partículas fluidas misturam-se rapidamente durante o movimento, sendo que a velocidade transversal das partículas não é desprezível, ou seja, estas apresentam flutuações aleatórias macroscópicas (flutuações de velocidade), movimentos desordenados (tipicamente caóticos). Ex.: escoamento de fluidos de baixa viscosidade como o ar.

Escoamentos turbulentos experimentam uma perda de pressão maior que os de natureza laminar. Alguns aspectos governam a transição entre os regimes laminar e turbulento, dentre os quais destacamos:

- a) Geometria;
- b) Rugosidade da superfície;
- c) Velocidade de escoamento;
- d) Temperatura da superfície;

¹³ Os valores variam em função da bibliografia consultada.

e) Tipo de fluido, dentre outros.

Nas situações reais de transporte de derivados de petróleo, o regime laminar não é encontrado, ocorrendo quase que na totalidade das aplicações, movimentos em regime turbulento, em tubos de geometria circular uma vez que estes são os mais comuns nas aplicações de engenharia.

2.6 TEMPERATURA

Atuando de forma conjunta com a pressão e a vazão, a temperatura terá grande influência dentre as variáveis de controle associadas ao processo de escoamento natural ou forçado de fluidos dentro de tubulações.

O parâmetro temperatura influenciará no volume dos líquidos com a consequente alteração na sua densidade, devendo ser respeitada a temperatura crítica e os limites de compressibilidade dos fluidos. Para os líquidos cotidianos, a temperatura tem pouca influência sobre sua massa específica, bem como em pressões moderadas os líquidos podem ser considerados incompressíveis.

Em virtude da adição de energia calorífica (a temperatura quantifica o calor) ao fluido que estiver transitando dentro dos dutos, a temperatura será um aspecto importante quando da modelagem da rede hidráulica, visto que o aumento deste parâmetro provocará um acréscimo proporcional da atividade molecular das substâncias, associada ao aumento do grau de agitação das partículas que a constituem.

A massa do fluido e seu calor específico característico vão determinar a influência do acréscimo ou redução de temperatura na velocidade do fluido em trânsito. Sendo a viscosidade uma propriedade associada a maior ou menor dificuldade ao escoamento dos fluidos, esta será influenciada pela temperatura, de tal modo que nos líquidos o aumento da temperatura vai provocar diminuição da viscosidade, enquanto que nos gases este comportamento se inverte.

Usualmente a temperatura é expressa em calorias ou em B.T.U. (*British Thermal Unit*), sendo sua equivalência igual á: 1 B.T.U.= 252 Cal. As escalas termométricas de uso mais difundido são as escalas Celsius (°C), Fahrenheit (°F) e

Kelvin (°K), a primeira uma escala técnica internacional, e as duas últimas utilizadas, respectivamente em países de língua inglesa e expressões termodinâmicas utilizadas no universo da física.

A capacidade calorífica dos fluidos e a perda térmica da tubulação para o ambiente também guardam relação intrínseca com as vazões e pressões modeladas computacionalmente.

A temperatura influencia ainda na alteração de algumas das características ou propriedades físicas dos materiais dos dutos, principalmente no caso de tubulações metálicas, visto que estas podem ter sua secção transversal ou comprimento alterados pela variação da temperatura.

2.7 ALTURA (COTA)

Por estarmos tratando da dinâmica dos fluidos dentro da rede hidráulica, a diferença de altura entre os nós de interesse passa a influenciar no cálculo da pressão e vazão dos referidos nós.

Esta dependência é explicitada, por exemplo, através do teorema de Stevin¹⁴:

$$P = \gamma \times h \text{ (23)} \Leftrightarrow h = \frac{P}{\gamma} \text{ (24)}$$

Onde:

P: Pressão;

γ : Peso específico do fluido;

h: Altura ou carga de pressão.

A grandeza peso específico vai corresponder, de forma simplificada, ao peso do fluido por unidade de volume:

¹⁴ A pressão diferencial entre pontos distintos de um fluido em repouso equivale ao produto do peso específico do fluido pela diferença de altura (cotas) entre tais pontos, independente da distância que os separa.

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad (25) \Leftrightarrow \gamma = \rho \times G \quad (26)$$

Onde:

G: Peso (kgf ou N);

V: Volume (m³);

γ : Peso específico (kgf/m³ ou N/m³).

No caso do algoritmo proposto em nossa dissertação, os nós que constituem a rede hidráulica são considerados todos nivelados, para fins de simplificação computacional.

Sabe-se ainda que a pressão de um fluido, no estado líquido, aumenta linearmente com a profundidade, uma vez que uma camada maior de fluido vai se apoiar nas camadas inferiores, devendo este peso adicional ser contrabalanceado pelo aumento proporcional da pressão.

No caso dos gases, a afirmação descrita no parágrafo anterior deve ser revista, uma vez que a variação de pressão com a altura passa a ser desprezível, visto que os gases em geral possuem baixa densidade.

2.8 TRECHOS

Para os fins aos quais se destinam nossa modelagem computacional, torna-se relevante caracterizar os trechos que de forma conjunta constituem a rede hidráulica. Para fins de implementação numérica cada trecho será formado por dois nós, um em cada extremidade, e cuja interligação mútua vai definir a topologia da rede a ser estudada. Em termos mais concretos os trechos correspondem as canalizações, encanamentos ou as tubulações destinadas a promover o escoamento dos fluidos, definindo a trajetória a ser seguida pelos mesmos.

2.9 ANEL

Trata-se de uma configuração (topologia) caracterizada por não possuir ramificações de dutos que estejam unidas a outros trechos. Trata-se de uma

disposição dos dutos interconectados em formato poligonal (fechado ou não) e que não possuem ramificações interligadas e que se unam a outros trechos.

2.10 NÓ

São os pontos de interligação de dois ou mais trechos, ou ainda, utilizando a designação mais empregada na bibliografia da mecânica dos fluidos, as junções que interligam duas ou mais tubulações. Tratam-se de pontos específicos da rede hidráulica, através dos quais pode-se promover as ramificações dos dutos, proporcionando a divisão do fluxo de fluido entre os trechos da rede.

2.11 REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE FLUIDOS

Trata-se de um conjunto de dutos (trechos) e seus respectivos nós que integrados a uma ampla gama de acessórios, tais quais suportes, curvas, válvulas e muitos outros compõem um sistema destinado a promover a distribuição dos fluidos.

As redes de distribuição podem assumir configurações diversas, mediante a forma através da qual seus condutos estão associados. As configurações mais usuais são as redes malhadas e as redes ramificadas.

As figuras que se seguem demonstram o aspecto básico das redes supracitadas.

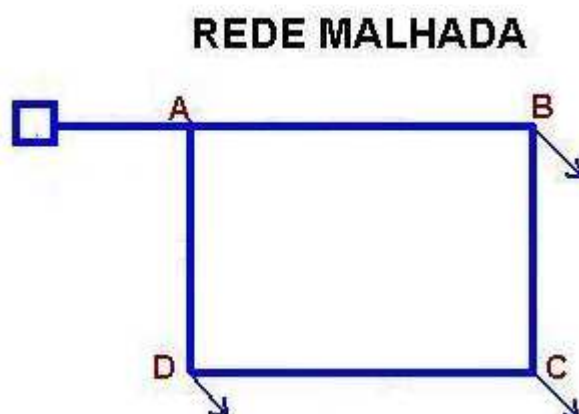


Fig. 3. Exemplo de rede de distribuição malhada. Fonte: Disponível em <http://www.ufrj.br/institutos/it/de/acidentes/agua6.htm>, acesso em 24/07/13.

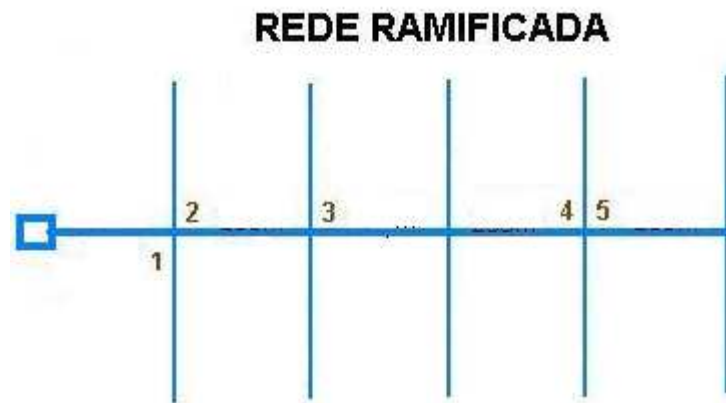


Fig. 4. Exemplo de rede de distribuição ramificada. Fonte: Disponível em <http://www.ufrj.br/institutos/it/de/acidentes/agua5.htm>, acesso em 24/07/13.

O aspecto visual da topologia correspondente á rede malhada, nos permite verificar que a mesma tem formato próximo do retangular, permitindo ainda pequenas variações tal qual o entrelaçamento de tubulações também aproximadamente retangulares.

Já no que se refere a redes hidráulicas de natureza ramificada teremos uma disposição de dutos de modo a constituir ramos ou interligações, não necessariamente em formato retangulares. A ampliação desordenada da rede quase sempre caracteriza a mesma como sendo do tipo ramificada.

2.12 VAZÃO x CARGA HIDRÁULICA x RUGOSIDADE

Para inter-relacionar as grandezas vazão e pressão, também designada de carga hidráulica, com a rugosidade dos trechos de tubulação utilizamos a expressão:

$$Q = a \times H \quad (27)$$

Onde:

Q: Vazão do fluido no respectivo nó;

a: Rugosidade da tubulação do trecho;

H: Carga hidráulica ou pressão do fluido no trecho.

De modo resumido, a rotina de programação consiste em calcular iterativamente o parâmetro a , a partir dos dados iniciais de Q e H , após este cálculo calcula-se novamente as novas vazões, desta vez partindo dos valores de H e a calculados.

Vazão, área da secção transversal do duto e velocidade do fluido podem ser associadas matematicamente a partir da expressão:

$$q = V \times A \Leftrightarrow V = \frac{q}{A} \quad (28)$$

Onde:

q : Vazão do fluido no respectivo trecho (m^3/s);

V : Velocidade do fluido (m/s);

A : Área da secção transversal do duto (m);

Supondo o conduto com área circular sua secção transversal será calculada a partir da expressão:

$$A = \frac{\pi R^2}{2} \quad (29) \Leftrightarrow A = \pi \times \frac{D^2}{4} \quad (30)$$

Onde:

π : Constante matemática: $\pi = 3,1415 \dots$;

R : Raio;

A : Área da secção transversal do duto.

A carga hidráulica é fixada em um dos nós da rede de dutos, ao qual intitulamos de nó de referência. Por convenção os nós da rede nos quais o fluido entra, recebem sinal positivo, enquanto os nós onde o fluido sai (pontos de consumo) são associados a pontos de vazão negativa: $-Q$.

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (31)$$

$$V = \frac{Q_T}{A} \Rightarrow V = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{\frac{\pi R^2}{2}} \quad (32)$$

A partir da eq. 32 calcula-se a velocidade total do fluido no trecho, tomando por base a área da secção transversal do duto e sua respectiva vazão no trecho, para, a partir daí, calcular as iterações correspondentes aos demais parâmetros de interesse da rede de tubulações.

3 REDES DE TUBULAÇÕES INDUSTRIAIS

Correspondem a redes de dutos industriais, e seus respectivos acessórios, que, em seu conjunto, formam um conglomerado de dispositivos eletromecânicos que constituem ou que interligam unidades industriais. Sua construção e montagem são precedidas por estudos de viabilidade técnico-financeira, projeto (desenhos e especificações), planejamento de mão de obra e insumos, além das providências gerais correlacionadas a montagens industriais.

A bibliografia técnica da engenharia define o termo tubulação como sendo um sistema que integra tubos, acessórios, equipamentos e instrumentos com a finalidade precípua de conter ou transportar fluidos líquidos, gasosos ou pastosos, ou ainda, para transmissão de pressão e impulsos.

O uso de forma bastante difundida de redes de tubulações pode ser consubstanciado pelo fato de que nas plantas industriais os pontos de geração e armazenamento de fluidos, quase que na totalidade das aplicações, estão fisicamente localizados distantes de seus respectivos pontos de utilização ou consumo. Na grande maioria das aplicações teremos tubulações constituídas de condutos industriais de seção circular (cilindros ocos).

Para os fins aos quais propomos em nosso trabalho, os dutos diretamente integrados a equipamentos de produção como, por exemplo, fornos e caldeiras, não são considerados tubulações. O exemplo proposto é bastante utilizado nas intituladas indústrias de processo, uma vez que nestas as tubulações estabelecem a ligação física entre uma vasta gama de equipamentos tais como vasos de pressão, reatores,

tanques, trocadores de calor, dentre inúmeros outros destinados à circulação de fluidos de processo e de utilidades.

As redes de tubos são encontradas em maior ou menor proporção em inúmeras áreas industriais, dentre as quais destacamos as de petróleo e gás e petroquímica, com aplicações em todas as etapas de desenvolvimento das indústrias, quais sejam: implantação de novas unidades, ampliação, reforma e manutenção das já existentes.

Correlacionado diretamente ao nosso estudo podemos citar, na área de petróleo e gás, a presença de redes de dutos em aplicações tais como:

- a) Tubulações de óleos diversos em refinarias;
- b) Tanques em terminais e instalações de armazenagem ou distribuição de produtos de petróleo;
- c) Oleodutos;
- d) Alcooldutos;
- e) Gasodutos que alimentam centrais termelétricas;
- f) Redes destinadas a aquecimento ou resfriamento de etapas de processos industriais;
- g) Tubulações de vapor (superaquecido, saturado e exausto) e condensados destinadas ao acionamento de máquinas;
- h) Tubulações destinadas a combate a incêndio;
- i) Tubulações de transporte de produtos químicos diversos nas indústrias químicas, tais como ácidos, álcalis, amônio, soda, etc.;
- j) Plataformas marítimas, dentre inúmeras outras.

As redes interligam hidráulicamente os equipamentos de uma mesma planta ou de plantas distintas. Os dutos são interligados mecanicamente em ramais aéreos, ou ainda, assentados e interligados no solo (no caso de redes subterrâneas), além de também serem encontrados em trechos submersos. Obviamente as características e especificações da tubulação devem atender as características dos fluidos que por ela vão transitar.

A regulagem das etapas de projeto, fabricação, montagem e utilização das redes devem atender as prescrições apresentadas em seus respectivos desenhos de

plantas, de fabricação, de montagem, fluxogramas e isométricos. Todas as especificações, normas, detalhamento de materiais e condições de trabalho são consultadas e aplicadas durante as etapas de projeto e montagem, atendendo normas como, por exemplo, as normas ABNT, ANSI¹⁵, ASME¹⁶, ASTM¹⁷, API¹⁸, ISO¹⁹, MSS²⁰, Petrobras, DIN²¹.

Como exemplos de normas técnicas associadas a redes de dutos, podemos citar:

- a) Normas Petrobras: N0464 H, N0505 F, N1744 B, N 2177 C, N 2328 B, N 2634;
- b) Norma API SPEC 5L, API 5 B, API 5L, API 5LA, API 5LS, API 6A, API 6B, API 6C, API 570;
- c) ASME B.31.8; ASME B.31.1, ASME B.31.2, ASME B.31.3, ASME B.31.4, ASME B.31.5, ASME B.31.8, ASME B.31.9, ASME B.31.11;
- d) ABNT NBR 12712;
- e) ISO R7, ISO R 13, ISO R49, ISO R51, ISO R64, ISO R65;
- f) MSS-SP 6, MSS-SP 43, MSS-SP 53, MSS-SP 54, MSS-SP 67, MSS-SP 72.

A ligação mecânica dos dutos e destes com seus respectivos acessórios e equipamentos pode ser realizada por:

- a) Solda;
- b) Rosca;
- c) Flange;
- d) Ponta e bolsa;
- e) Ligações específicas para diâmetros reduzidos e tubos de plástico.

Dentre as citadas, as de maior aplicação são as ligações soldadas, em virtude de sua alta resistência mecânica, razoável estanqueidade, facilidade de aplicação,

¹⁵ American National Standard Institute.

¹⁶ American Standard Code for Pressure Piping.

¹⁷ American Society for Testing and Materials.

¹⁸ American Petroleum Institute.

¹⁹ International Standard Organization.

²⁰ Manufactures Standardization Society.

²¹ Norma alemã. Suas medidas normalizadas são distintas das normas ANSI (adotada no Brasil), implicando no fato que os dutos especificados nestes dois padrões não são intercambiáveis;

manutenção e baixo custo. Não devem ser aplicadas em redes provisórias ou sujeitas a constantes desmontagens, neste caso são mais indicadas às ligações rosqueadas (luvas e uniões de rosca interna atarraxada a rosca externa dos tubos), muito comuns em redes de diâmetro inferior a 2”.

No caso das redes rosçadas, diferentemente das constituídas por tubos soldáveis, a sua montagem é realizada quase que integralmente em campo, visto que as roscas são abertas em oficinas de campo com máquinas e ferramentas específicas para este fim (tarraxa manual ou máquina de rosquear de bancada). A operação de abertura de roscas requer que as pontas dos tubos estejam previamente bem acabadas, esquadrejadas e rebarbadas, garantindo a eficácia da ação.

Quando as redes possuem diâmetros superiores a 2”, a ligação comumente empregada é a ligação fazendo uso de flanges (podem interligar tubos entre si ou a equipamentos e acessórios), principalmente quando existe previsão de futura desmontagem. O conjunto de ligação é constituído por 2 flanges, parafusos, estojos, porcas, contraporcas, arruelas e juntas de vedação.

A ligação ponta-bolsa tem maior aplicação em redes de ferro fundido, manilhas de cerâmica vitrificada, concreto ou polipropileno, destinadas ao transporte de água e esgoto. Nestas aplicações a extremidade lisa de um duto se encaixa na bolsa do duto seguinte, constituída internamente por retentores de borracha ou argamassa de cimento, destinadas a vedação.

As tubulações podem ser identificadas e especificadas levando em consideração inúmeros critérios, alguns destes listados a seguir:

- a) Diâmetro nominal;
- b) Espessura da parede;
- c) Natureza do fluido conduzido;
- d) TAG da linha ao qual pertencem;
- e) Sigla indicativa do material do qual são feitos os tubos.

Desejando-se classificar as tubulações industriais pode-se efetuar tal tarefa fazendo-se uso de dois critérios básicos, quais sejam: classificação das tubulações quanto ao emprego e quanto ao fluido conduzido, ou ainda separando as mesmas em

tubulações dentro (tubulações em unidades de processo) e tubulações fora das instalações industriais (ramificações externas da linha tronco ou fora das áreas de processo).

A classificação dos dutos é realizada principalmente a partir da finalidade da rede ao qual estão inseridos:

- a) Tubulações de processos: constituem o processo básico da indústria;
- b) Tubulações de utilidades: destinados a transportar fluidos auxiliares tais como tubulações de incêndio, ar comprimido, aquecimento e refrigeração;
- c) Tubulações de instrumentação: transmitem sinais ou impulsos de automatização e controle através dos fluidos que por ela transitam;
- d) Tubulações de pressão (transmissão hidráulica): destinados primordialmente à transmissão de pressão necessária aos comandos hidráulicos ou pneumáticos;
- e) Tubulações de drenagem: como seu nome sugere destinam-se a servir como dreno de fluidos, ou seja, conduzem o fluido ao destino predefinido como o mais conveniente para destinação final dos mesmos;
- f) Tubulações de transporte de longas distâncias (adução, transporte e drenagem): Oleodutos e gasodutos;
- g) Tubulações de distribuição e coleta;
- h) Tubulações submarinas: redes *offshore*.

Outro aspecto relevante das redes é a natureza dos materiais de fabricação dos dutos que a constituem, sendo que os principais são listados a seguir:

- a) Aço: carbono, liga e inoxidáveis;
- b) Ferros: fundido, forjado, liga e nodular;
- c) Não-ferrosos: Cobre, latão, chumbo e alumínio;
- d) Plásticos: PVC, teflon, polietileno, epóxi.

Além dos citados, também são encontradas aplicações nas quais os fluidos são transportados em redes de vidro, borracha, cerâmica, concreto e cimento-amianto.

Por sua boa versatilidade (boa soldabilidade), qualidade mecânica e principalmente por seu baixo custo, os tubos mais utilizados nas aplicações industriais

são os de aço carbono. Contra os malefícios da corrosão, as tubulações são galvanizadas, podendo em alguns casos ser revestidas (betume, borracha, polímeros e vidro) interna²² ou externamente, aumentando consideravelmente sua proteção e vida útil, ou para aplicações onde é necessário melhorar as propriedades térmicas e isolamento térmico (linhas quentes ou aquecidas e linhas frias) ou montagem refratária. Os revestimentos em tubulações propiciam melhorias na resistência a corrosão, abrasão e choque térmico.

Outro aspecto construtivo associado aos dutos é fato de que os mesmos podem ser produzidos com ou sem costura. Os primeiros são fabricados fundidos, forjados, extrudados ou laminados, enquanto que os últimos são simplesmente soldados, sendo, portanto mais utilizados na prática.

As redes podem ser rígidas (classe dominante) ou flexíveis, neste caso, formadas por mangueiras e mangotes. No caso das rígidas as mesmas são formadas, além de seus acessórios, por varas de 6 á 20 metros de comprimento, com suas extremidades lisas, chanfradas ou rosqueadas.

O diâmetro dos dutos variam de 1/8" até 36" (acima desta seção os dutos são fabricados apenas por encomenda), com o detalhe de que apenas dutos com diâmetro superior a 14" possuem seu diâmetro nominal coincidindo com seu diâmetro externo, bitolas inferiores a este valor tem diâmetro nominal menor que o diâmetro externo.

TABELA 03

Bitolas padronizadas para tubos de aço carbono e aço inoxidável. Fonte: FOX, Robert W.; PRITCHARD, Philip J.; MCDONALD, Alan T.. **Introdução a Mecânica dos Fluidos**. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2010.

Diâmetro Nominal do Tubo (in)	Diâmetro Interno (in)	Diâmetro Nominal do Tubo (in)	Diâmetro Interno (in)
1/8	0,269	2 ½	2,469
¼	0,364	3	3,068
3/8	0,493	4	4,026

²² O revestimento interno tem sua aplicação associada a redes de diâmetro elevado e destinadas a conduzir fluidos a elevadas temperaturas (linhas quentes). Os materiais mais utilizados para este fim são o hidrosilicato de cálcio, a espuma de poliestireno, a lã de vidro e o amianto, este último em desuso em função de seus efeitos nocivos ao meio ambiente.

1/2	0,622	5	5,047
3/4	0,824	6	6,065
1	1,049	8	7,981
1 1/2	1,610	10	10,020
2	2,067	12	12,000

A outra especificação padrão para dutos é aquela que os diferencia a partir de suas diferentes espessuras de parede, com base na diferença ou variação do diâmetro interno sem alteração do externo. As séries padrões são designadas tecnicamente de *schedules*.

Os principais *schedules* são especificados por números: 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140 e 160. Números de schedule maiores implicam em maiores espessuras de parede. Correlacionando o número de schedule com o diâmetro dos respectivos tubos podemos afirmar que tubulações constituídas por dutos de seção menor em geral são fabricados com *schedules* maiores, garantindo maior resistência mecânica ao tubo.

Como exemplos de acessórios utilizados em tubulações industriais, podemos citar:

- a) Suportes: apoiado em base de concreto (baixa altura), suporte para coluna metálica-tipo simples ou pórtico, tipo mão francesa (soldada em estrutura metálica ou chumbada em parede de concreto), pórticos metálicos ou de tipos especiais;
- b) Válvulas: gaveta, borboleta, esfera e guilhotina;
- c) Conexões: complementam as redes de tubulações com a finalidade de permitir mudanças de direção, reduções de diâmetro, derivações, etc.;
- d) Raquetes e figuras oito: destinadas ao bloqueio eventual de tubulações de forma mais econômica, uma vez que são mais baratas que as válvulas de bloqueio;
- e) Juntas de expansão: destinadas essencialmente a absorver dilatações e vibrações;
- f) Purgadores de vapor: utilizados para eliminar o condensado comumente formado em tubulações de vapor. Aumentam a eficiência do sistema, pois

- minimizam, ações prejudiciais a rede, como por exemplo, vibrações indesejadas, resfriamento de vapor e golpes de aríete;
- g) Separadores: propiciam a separação de substâncias distintas tais como água e óleo;
 - h) Filtros: caixa metálica com bocais de entrada e saída, constituídas internamente com elementos filtrantes. Eliminam impurezas e sujidades presentes nos fluidos, como por exemplo, a retenção da poeira, ferrugem e rebarbas;
 - i) Sistemas de proteção catódica; limpeza e inspeção interna, atuadores pneumáticos, instrumentos de comando, controle e medição.

4 MODELAGEM

Os diversos dispositivos e processos que constituem os ambientes industriais podem ser analisados segundo uma ótica experimental, focada em testes e tomadas de medidas, ou analiticamente, centrada em análises e cálculos. Por nosso sistema físico tratar-se de redes de distribuição, em geral longas e que transitam por localidades remotas, uma abordagem experimental tornar-se-ia onerosa, demorada e impraticável dentro da proposta de um mestrado profissional. Diante do exposto optamos por uma modelagem que contempla uma abordagem numérica, esta última garantindo maior agilidade e menor custo operacional.

Por tratar-se de um trabalho analítico, nossos resultados estão condicionados a consideração e precisão de algumas hipóteses, idealizações e aproximações. Logo, devemos analisar criticamente os resultados propostos pelo software comparando e verificando os resultados criteriosamente.

A modelagem proposta envolveu a inter-relação das equações que associam as variações de algumas variáveis-chave da hidráulica, ajustando os resultados das formulações matemáticas e equacionamentos com os incrementos das variáveis sujeitas a mudanças, garantindo uma descrição mais precisa da situação-problema.

Numa apresentação simplificada seguimos a sequência descrita abaixo:

- I. Identificação das variáveis que influenciam no processo;

- II. Análise da interdependência entre as variáveis de interesse;
- III. Formulação de hipóteses e aproximações razoáveis;
- IV. Formulação matemática da situação-problema atendendo as leis e princípios físicos mais relevantes, enfatizando a dependência das variáveis em relação a outras e a importância relativa dos diversos termos;
- V. Análise e interpretação dos resultados, considerando as margens de incerteza experimental.

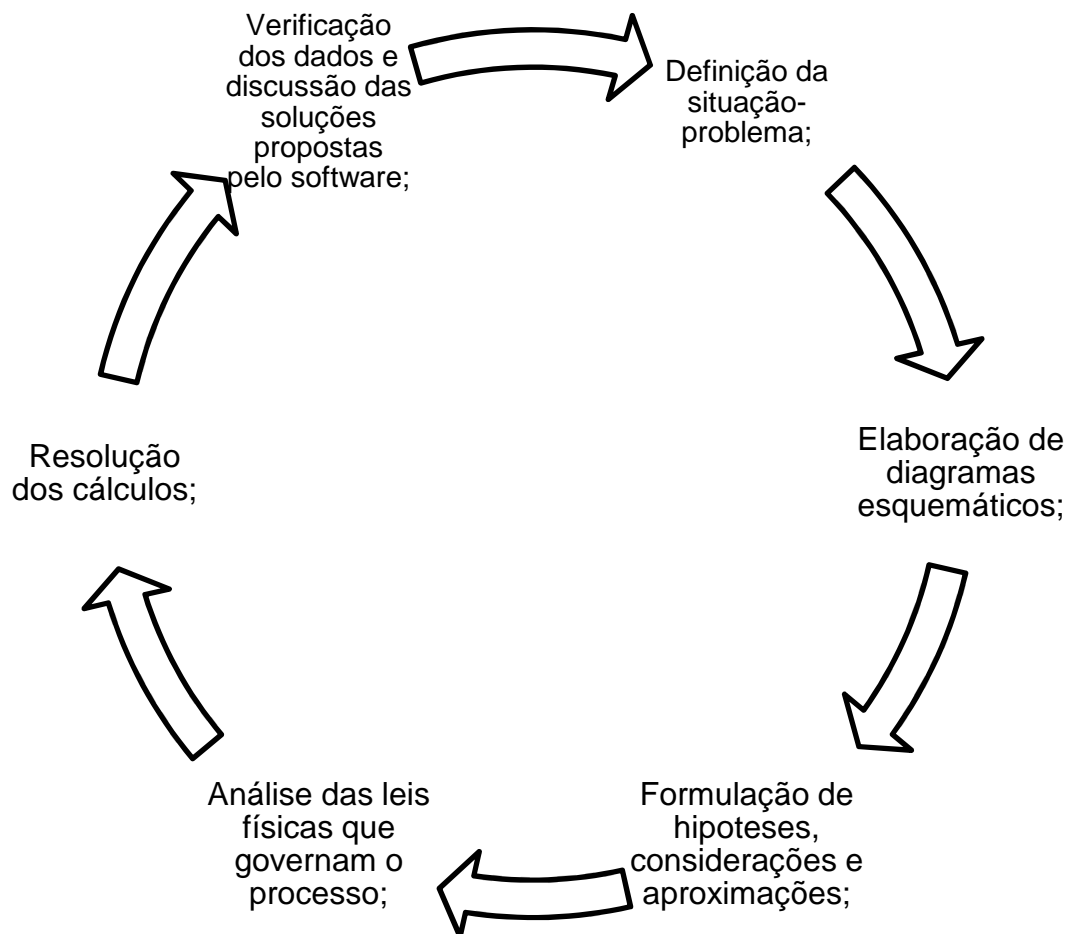


Fig. 5: Sequência de procedimentos associados à modelagem. Fonte: Elaborador pelo autor.

Para fins de modelagem computacional, cada trecho que constitui a rede vai corresponder a um elemento, que vai interagir com os nós alocados em suas extremidades, estabelecendo uma abordagem sistemática, fragmentando a solução de um sistema complexo em uma série de problemas menores.

A cada nó será atribuída sua respectiva equação de continuidade, sendo esta última obtida a partir do somatório dos efeitos diretos de todos os trechos interconectados ao nó de interesse.

Ainda no que concerne aos trechos, os mesmos serão parametrizados a partir de suas respectivas equações de perda de carga, que após serem linearizadas, podem ser utilizadas no cálculo da influência direta do trecho em seus nós.

A modelagem proposta, conforme reiteramos seguidamente, depende, sobremaneira, dos efeitos do atrito intrinsecamente relacionados com escoamentos reais. O atrito terá como consequência mais direta a redução da pressão durante o deslocamento do fluido, ao qual designa-se de perda de carga. A perda de carga, a depender da análise a ser desenvolvida, pode ser dividida em perda de carga distribuída ou contínua (atrito ocasionado em porções de área aproximadamente constante da rede de dutos) ou perda de carga localizada, sendo esta última associada à passagem de fluidos por singularidades e/ou acessórios/dispositivos destinados a obstruir ou mudar a direção de escoamento do fluido (válvulas, uniões, têes, cotovelos, curvas e obstáculos diversos.), ou seja, trechos da rede constituídos por elementos de área não constante.

De um modo geral, podemos afirmar que a perda de carga localizada será menor que a perda de carga distribuída. A perda de carga total pode ser obtida a partir do somatório dos dois tipos de perdas de cargas citadas anteriormente. Podemos citar como principais aspectos que influenciam na perda de cargas em tubulações:

- a) Natureza do fluido escoado, englobando, por exemplo, seu peso específico, e a sua viscosidade;
- b) Material empregado na fabricação dos tubos e conexões (ex.: PVC, ferro), assim como o tempo de utilização dos tubos (estado de conservação da tubulação);
- c) Diâmetro da tubulação;
- d) Comprimento dos tubos e quantidade de conexões e acessórios que a constituem;
- e) Regime de escoamento (laminar ou turbulento).

Em nosso estudo, em virtude de sua maior aplicação no universo da indústria de petróleo e gás, trataremos de perdas de cargas associadas a dutos de secção circular, também intitulados de dutos de geometria circular forçada. Enfatizaremos também a perda de carga distribuída em detrimento da perda de carga localizada.

Deste ponto em diante trataremos de apresentar formalmente o desenvolvimento das etapas associadas a nossa modelagem, iniciando por um único trecho de tubulações, alicerçando os requisitos necessários a redes malhadas mais complexas. Abaixo a fig. 6 apresenta o aspecto visual dos nós e trechos:

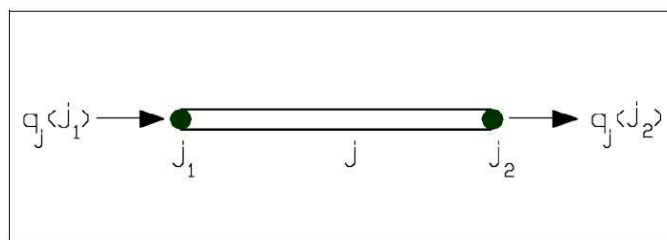


Fig. 6. Caracterização dos trechos e nós: trecho j com nós de extremidade j_1 e j_2 . Fonte: "Righetto, A. M, **Calibração de modelo hidráulico de rede de distribuição de água**", LARHIAS-UFRN.

Na fig. 6 acima, J_1 e J_2 correspondem, respectivamente, aos nós de entrada e saída do fluido que transita no trecho J . Por convenção atribui-se sinal positivo aos nós de entrada de fluido e sinal negativo aos nós de saída de fluido.

TABELA 4
CONEXÃO ENTRE TRECHOS E NÓS DA FIG. 4.

Trecho	Nó	Nó
j	j_1	j_2
1	1	2

Conforme abordado previamente, cada trecho da malha de distribuição será associado a sua respectiva perda de carga, sendo o equacionamento matemático correspondente à perda de carga linearizada do trecho apresentado abaixo:

$$H(J_1) - H(J_2) = \left[f \frac{L}{D} \frac{|V|}{2g} V \right]_J \quad (33) \Leftrightarrow H_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (34)^{23}$$

²³ Também designada de fórmula universal para o cálculo da perda de carga distribuída.

O termo L (comprimento total da tubulação) vai corresponder à soma dos comprimentos real e equivalente (associado às singularidades) da tubulação, todos em metros.

A eq.34 acima, designada de equação de Darcy-Weisbach²⁴, correspondente a uma das melhores equações de natureza empírica utilizadas na hidráulica, pois proporciona calcular a perda de carga em um trecho específico da tubulação em estudo, a partir dos principais aspectos associados a este fenômeno. Utilizaremos a mesma para estimar a perda de pressão ocasionada pelo atrito do fluido com as paredes da tubulação. Os índices J_1 e J_2 indicam que os parâmetros relacionam-se com os nós 1 e 2, que correspondem aos nós que constituem o trecho j .

Os demais parâmetros são descritos abaixo:

$H(J_1)$ e $H(J_2)$: Cargas hidráulicas (pressão) nos nós J_1 e J_2 , respectivamente;

D : Diâmetro do trecho j (diâmetro hidráulico);

L : Comprimento equivalente do trecho j ;

V : Velocidade média do escoamento do fluido no trecho j ;

f : Fator de atrito, coeficiente de perda de carga distribuída ou ainda fator de atrito da equação de Darcy-Weisbach;

g : Aceleração gravitacional.

A velocidade pode ser obtida a partir da combinação das equações apresentadas abaixo:

$$q = V.A \quad (35)$$

Onde:

q : Vazão;

²⁴ Homenagem aos engenheiros hidráulicos Remi P.G. Darcy (1803-1858) e Julius Weisbach (1806-1871).

V : Velocidade do fluido;

A : Área da seção transversal do tubo.

Sendo que:

$$A = \pi r^2; r = \frac{D}{2} \Rightarrow A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow A = \frac{\pi D^2}{4} \Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{D^2}{2} \Leftrightarrow A = 0,5 \times \pi \times \frac{D^2}{2} \quad (36)$$

$$\text{Logo: } q = V \times A \Rightarrow V = \frac{q}{A} \Rightarrow V = \frac{q}{\frac{\pi D^2}{4}} \Leftrightarrow V = \frac{q}{1} \times \frac{4}{\pi D^2} \Rightarrow V = \frac{4q}{\pi D^2}$$

De onde obtemos uma expressão útil ao cálculo da velocidade:

$$V = \frac{4q}{\pi D^2} \quad (37)$$

O parâmetro f é deveras relevante, visto que este influencia diretamente na perda de carga da tubulação. O fator de atrito para o escoamento turbulento e desenvolvido no interior de tubos, tal qual o nosso estudo se refere, vai depender das características do fluxo e da natureza dos materiais envolvidos no escoamento. Este parâmetro guarda dependência direta com a rugosidade relativa equivalente:

$$\text{Rugosidade Relativa} = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (38)$$

Sendo:

ε : Altura média da rugosidade do tubo (m);

D : Diâmetro do tubo (m).

Depende ainda do número de Reynolds associado ao escoamento no trecho de tubulação considerado:

$$Re = \left(V \times \frac{D}{\nu}\right) \quad (39)$$

Os parâmetros ε e ν , correspondem respectivamente, a rugosidade da parede interna da tubulação (asperezas não uniformes, de distribuição aleatória, nas paredes internas da tubulação) e a viscosidade cinemática do fluido, sendo este último parâmetro dependente da temperatura.

TABELA 05

RUGOSIDADE DE TUBOS DE MATERIAIS UTILIZADOS EM ENGENHARIA. FONTE: FOX, ROBERT W.; PRITCHARD, PHILIP J.; MCDONALD, ALAN T.. INTRODUÇÃO A MECÂNICA DOS FLUIDOS. 7. ED. RIO DE JANEIRO: LTC, 2010.

Material	Rugosidade	
	Tubo	Pés
Aço rebitado	10,003-0,03	0,9-9
Concreto	0,001-0,01	0,3-3
Madeira	0,0006-0,003	0,2-0,9
Ferro fundido	0,00085	0,26
Ferro galvanizado	0,0005	0,15
Ferro fundido asfaltado	0,0004	0,12
Aço comercial ou ferro forjado	0,00015	0,046
Trefilado	0,000005	0,0015

A rugosidade supracitada vai corresponder às irregularidades da parede interna do conduto, tais quais suas saliências e reentrâncias. Para fins de modelagem trabalha-se com a chamada rugosidade média, sendo esta última associada à média dos pontos de afastamentos dos picos e vales em relação a uma linha imaginária que passaria por todas as irregularidades. A rugosidade pode esta associada à micro defeitos de fabricação ou ainda ao desgaste natural dos materiais em virtude do contato constante com o fluido. Ex.: perda de material por oxidação, supondo o fluido de trabalho como sendo a água.

O coeficiente f pode ser determinado mediante a aplicação da equação explícita de Wamee & Jain, apresentada a seguir:

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (40) \quad \text{ou} \quad f = \frac{1,325}{\left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (41)$$

Onde:

f : Fator de atrito ou coeficiente de perda de carga distribuída;

ε : Rugosidade relativa;

R_e : Número de Reynolds;

D : Diâmetro.

Outras expressões bastante usuais²⁵ para o fator de atrito são as expressões de Colebrook e Haaland²⁶ [2] e [3], sendo a segunda uma aproximação da primeira para números de Reynolds maiores que 3000, respectivamente apresentadas abaixo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \times \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad (42)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \times \log \left[\left(\frac{\varepsilon}{3,7D} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{R_e} \right] \quad (43)$$

A partir de manipulações algébricas nas expressões apresentadas anteriormente (eq. 34 á 42), obtém-se a equação de perda de carga em um determinado trecho j de uma rede de distribuição de tubulações (eq. 44):

$$\begin{aligned} H(J_1) - H(J_2) &= \left[f \frac{L}{D} \frac{|V|}{2g} V \right]_j; V = \frac{4q}{\pi D^2} \Rightarrow H(J_1) - H(J_2) = \left[f \frac{L}{D} \frac{|V|}{2g} \times \frac{4q}{\pi D^2} \right]_j \\ &= \left[f \frac{L}{D^3} \frac{|V|}{g} \times \frac{2q}{\pi} \right]_j = \left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f |V| \right] q_j \\ H(J_1) - H(J_2) &= \left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f |V| \right]_j q_j \quad (44) \end{aligned}$$

²⁵ Com intuito de minimizar a necessidade de utilizar métodos gráficos para obter o valor do fator de atrito, os pesquisadores desenvolveram inúmeras equações matemáticas destinadas a promover o ajuste dos dados experimentais.

²⁶ Maiores informações nos respectivos *paper's* apresentados nas referências ao término do texto base.

O parâmetro q_j indica a corresponde vazão no trecho j . Convencionamos atribuir sinal positivo para q_j quando o fluido transita de J_1 para J_2 e sinal negativo em sentido contrário.

De modo a considerar os inúmeros nós que constituem uma rede, deve-se quantificar a perda de carga entre os diversos trechos que formam uma malha de dutos. No exemplo apresentado na fig. 6 deve-se quantificar o modo através do qual a perda de carga no trecho J vai influenciar nas vazões dos nós J_1 e J_2 .

Denotando as vazões de entrada e saída em J_1 e J_2 por $Q_{j(j_1)}$ e $Q_{j(j_2)}$, pode-se relacionar a perda de carga do respectivo trecho, com o resultado obtido a partir do equacionamento anteriormente descrito através da eq. 44.

Novamente mediante manipulações matemáticas, apresentadas no anexo A, e utilizando o coeficiente a_j , obtemos a vazão em cada nó:

$$q_j(j_1) = a_j H(J_1) - a_j H(J_2) \quad (45)$$

$$q_j(j_2) = -a_j H(J_1) + a_j H(J_2) \quad (46)$$

Analisando as eq. 45 e 46, verifica-se o aparecimento de mais um novo coeficiente: a_j , utilizado como forma de obter uma equação com aspecto visual mais leve:

$$a_j = \left[\frac{\pi g D^3}{2} \frac{1}{L f |V|} \right]_j \quad (47)$$

Como forma de proporcionar a modelagem computacional dos dados, as equações são apresentadas segundo suas correspondentes notações matriciais. Neste caso:

$$[q] = [a] \times [H] \quad (48)$$

Em termos matriciais escreve-se a equação de perda de carga com o seguinte aspecto visual:

$$\begin{Bmatrix} q_{j(j_1)} \\ q_{j(j_2)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j & -a_j \\ -a_j & a_j \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} H_{(j_1)} \\ H_{(j_2)} \end{Bmatrix} \quad (49)$$

Como forma de ampliar a análise da rede de dutos, vamos avaliar deste ponto em diante a influência de um nó genérico denotado de I , situado entre trechos de tubulação conforme podemos visualizar na fig. 7:

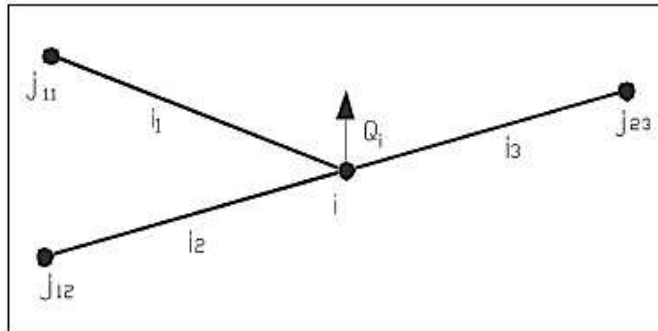


Fig. 7. Nó genérico I interconectando três trechos: l_1 , l_2 , l_3 . Fonte: "Righetto, A. M, **Calibração de modelo hidráulico de rede de distribuição de água**", LARHIAS-UFRN.

A composição da influência dos três trechos sobre o nó genérico I é apresentada abaixo:

$$Q_I = q_{i_1} + q_{i_2} + q_{i_3} \quad (50)$$

$$Q_I = + a_{J_{11}} [H(I) - H(J_{11})]$$

$$+ a_{J_{12}} [H(I) - H(J_{12})]$$

$$+ a_{J_{13}} [H(I) - H(J_{13})] \quad (51)$$

Na eq. 51, apresentada acima, o termo a esquerda da igualdade corresponde à vazão de entrada e saída do fluido no nó genérico I .

Considerando a topologia da fig. 7 e convencionando que os nós de entrada tem vazão positiva enquanto que os de saída tem vazão negativa, os termos correspondentes são:

$$\begin{aligned}
 Q_I &= -a_{J_{11}}[H_{J_{11}} - H_I] - a_{J_{12}}[H_{J_{12}} - H_I] - a_{J_{13}}[H_{J_{13}} - H_I] \\
 &= [H_I - H_{J_{11}}]a_{J_{11}} + [H_I - H_{J_{12}}]a_{J_{12}} + [H_I - H_{J_{13}}]a_{J_{13}} \quad (52)
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos obtemos:

$$Q_I = H_I(a_{J_{11}} + a_{J_{12}} + a_{J_{13}}) - H_{J_{11}}a_{J_{11}} - H_{J_{12}}a_{J_{12}} - H_{J_{13}}a_{J_{13}} \quad (53)$$

Novamente em termos matriciais:

$$Q_I = [(-a_{J_{11}}) \quad (-a_{J_{12}}) \quad (a_{J_{11}} + a_{J_{12}} + a_{J_{13}}) \quad (-a_{J_{13}})] \begin{Bmatrix} H_{J_{11}} \\ H_{J_{12}} \\ H_J \\ H_{J_{13}} \end{Bmatrix} \quad (54)$$

O correto entendimento dos equacionamentos propostos nos parágrafos acima permite modelar uma rede de dutos com topologia, tal qual a apresentada na fig. 8 abaixo:

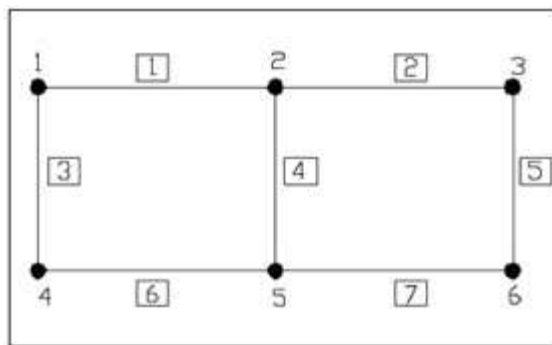


Fig. 8. Topologia da rede a ser estudada. Fonte: "Righetto, A. M, **Calibração de modelo hidráulico de rede de distribuição de água**", LARHIAS-UFRN.

Aplicando uma análise análoga às duas situações propostas anteriormente (trecho de tubulação individual e nó entre múltiplos trechos) obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} a_1 + a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 & 0 \\ -a_1 & a_1 + a_2 + a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 + a_5 & 0 & 0 & -a_5 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3 + a_6 & -a_6 & 0 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4 + a_6 + a_7 & -a_7 \\ 0 & 0 & -a_5 & 0 & -a_7 & a_5 + a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} \quad (55)$$

TABELA 6
CONEXÃO ENTRE TRECHOS E NÓS DA FIG. 6

Trecho	Nó	Nó
j	j ₁	j ₂
1	1	2
2	2	3
3	1	4
4	2	5
5	3	6
6	4	5
7	5	6

O sistema de equações acima inter-relaciona, para cada trecho de tubulação, as correspondentes cargas hidráulicas e vazões nodais associadas aos mesmos.

Descrevemos tal sistema como associado a um caso geral, uma vez que até o presente momento não foram impostas condições de contorno á carga total do sistema.

Quanto aos aspectos da álgebra linear podemos classificar o sistema matricial como aberto, por possuir apenas um grau de liberdade. Logo, teremos pelo menos uma das equações sendo redundante, o que gera um número infinito de soluções capazes de satisfazer as condições hidráulicas e de demanda do sistema.

Para transformá-lo num sistema de única solução, deve-se fixar o valor da carga hidráulica em um dos nós que constituem a rede. Por tratar-se de um sistema de distribuição, optamos por fixar os parâmetros no ponto correspondente ao nó de alimentação do fluido à rede. Esta ação resulta na eliminação de uma das equações do sistema, tornando o mesmo um sistema de solução única.

O método consiste em fixar os parâmetros hidráulicos da rede de tubos e suas respectivas demandas nodais, para obter como resposta um único vetor solução, correspondente aos valores nodais das cargas hidráulicas.

No modelo proposto na fig. 8, o nó 6 foi tomado como nó no qual a carga hidráulica do sistema foi fixada (nó de alimentação do fluido a rede). Atendendo a esta condição o sistema de equações passa a ter cinco expressões (H_6 não será mais uma incógnita) com o seguinte aspecto:

$$\begin{bmatrix} a_1 + a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 \\ -a_1 & a_1 + a_2 + a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 \\ 0 & -a_2 & a_2 + a_5 & 0 & 0 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3 + a_6 & -a_6 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4 + a_6 + a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 + a_5 H_6 \\ Q_4 \\ Q_5 + a_7 H_6 \end{bmatrix} \quad (56)$$

As soluções obtidas, se dispostas em conjunto e organizadas em um gráfico, formariam uma série de pontos cujo significado físico forneceria subsídios a uma análise mais pormenorizada do sistema hidráulico. A partir dos dados iniciais conhecidos, no nosso caso, os parâmetros hidráulicos iniciais do algoritmo, pode-se propor extrapolações, buscando prever, ainda que de modo aproximado, os impactos de alterações na rede (expansão ou redução dos ramais) ou ainda estimar valores de pressão ou vazão em nós onde não estão instaladas estações de medição. A partir dos dados preexistentes poderemos fazer previsões, bastando ajustar uma curva aos dados iniciais do sistema.

A técnica de ajuste de curvas também é utilizada em nosso trabalho, visto que a partir de valores conhecidos de carga hidráulica, pressão e vazão, buscaremos determinar novos valores para estas grandezas, desta vez fora do intervalo conhecido de valores. Calcularemos iterativamente os valores até que uma precisão tida como suficiente seja atingida.

Para atingir o objetivo consubstanciado no paragrafo anterior faremos uso de técnicas de cálculo numérico detalhadas no capítulo que se segue.

5 MÉTODOS COMPUTACIONAIS DIRETOS E ITERATIVOS

Correspondem a técnicas de solução numérica, de equacionamentos e matrizes, fundamentadas na teoria da álgebra linear aplicada. Sua principal vantagem é o fato de que estas técnicas permitem automatizar a resolução de problemas que envolvem inúmeras variáveis, eliminando uma boa quantidade de cálculos, quase

sempre muito dispendiosos de serem resolvidos manualmente. Logo, tratam-se de processos numéricos destinados a serem resolvidos por meio de calculadoras programáveis ou computadores.

A solução dos sistemas de equações pode ser obtida mediante a utilização de métodos diretos (exatos) ou de métodos iterativos. A opção por métodos diretos ou iterativos vai depender de uma série de aspectos, dentre os quais citamos como os mais relevantes:

- a) Precisão requerida pelo processo ou desejada para os resultados;
- b) Capacidade de memória do computador utilizado nos cálculos;
- c) Da natureza do problema que esta sendo resolvido;
- d) Tempo despendido no processamento computacional.

Pelos métodos diretos podemos obter soluções para sistemas de naturezas diversas, através da realização de um número finito de operações elementares, respeitando possíveis arredondamentos ou necessidade de pivoteamento, no caso de matrizes.

Em geral, os métodos diretos estão baseados nas manipulações realizadas na chamada matriz aumentada, criada a partir da inserção do vetor de termos independentes em uma nova coluna da matriz de coeficientes. Como exemplos de métodos diretos podemos citar os métodos de resolução de sistemas triangulares e método da decomposição LU.

No caso dos métodos iterativos teremos sequências de soluções aproximadas para os valores das variáveis, que vão convergir para soluções, desde que estas atendam a determinadas condições, minimizando problemas associados com arredondamento. Como vantagens, citamos a necessidade de menor capacidade de processamento computacional, bem como um menor tempo para obter a solução.

Processos iterativos tem melhor desempenho quando as matrizes que estão sendo manipuladas são do tipo esparsas (vários elementos da matriz são iguais a 0), ou quando seus elementos podem ser calculados a partir de fórmulas.

Ainda para os métodos iterativos, deve-se partir do vetor de aproximação inicial, onde cada elemento deste serve como base de comparação para a solução

calculada em cada passo iterativo. Quando a sequência obtida for suficientemente próxima do vetor de aproximação inicial o processo é interrompido.

Quanto aos aspectos computacionais também se pode adotar como critério de parada um número máximo de iterações. Salientamos que seja qual for o método iterativo utilizado deveremos estabelecer previamente critérios que estabeleçam e garantam as condições requeridas para convergência.

Contemplando aspectos matemáticos pode-se considerar que uma sequência $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ de matrizes vai convergir para uma matriz $A = [a_{ij}]$, de mesma ordem, quando os elementos das matrizes A_n se aproximam de seus correspondentes na matriz A . Abaixo o equacionamento correspondente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{ij})^n = a_{ij} \text{ para } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, r \\ j = 1, 2, \dots, s \end{cases} \quad (57)$$

Outra notação:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = A \text{ ou } A_n \rightarrow A \quad (58)$$

Quanto ao erro associado aos métodos computacionais apresentados, convém ressaltar que o mesmo pode ser estimado em função do grau de precisão requerida pelo problema em análise.

Uma vez que a solução (por exemplo, um vetor X) do sistema de equações não é conhecida, devem-se estabelecer parâmetros que definam se os valores do vetor de aproximação (por exemplo, um vetor X_N) estão suficientemente próximos do vetor X . Neste caso teremos que calcular os termos X_N, X_{N+1}, \dots , para que em cada passo possamos comparar o valor calculado com o valor obtido na iteração anterior.

Quando os valores de X_N e X_{N+1} estiverem muito próximos, ou seja, não se alterem a cada passo, julga-se ter obtido a solução, pois os elementos correspondentes aos vetores colunas estão próximos.

$$X_N = \begin{bmatrix} x_1^n \\ \vdots \\ x_r^n \end{bmatrix} \quad (59) \text{ e } X_{N+1} = \begin{bmatrix} x_1^{n+1} \\ \vdots \\ x_r^{n+1} \end{bmatrix} \quad (60)$$

5.1 MÉTODO DE GAUSS

O método da eliminação de Gauss, também denominado de método da eliminação gaussiana, proporcionará calcular um vetor de soluções que atendam aos critérios de precisão necessários para os parâmetros da cada trecho da rede de dutos analisada, a partir da construção da matriz aumentada.

São exemplos de métodos de Gauss os métodos de Gauss-Seidel e Gauss-Jacobi, sendo que o primeiro é uma variação do segundo e ainda, de um modo geral, a convergência de Gauss-Seidel é mais rápida.

Em nosso trabalho aplicamos o método de Gauss-Sidel em sistemas não lineares. A opção por este método decorre do fato de que o mesmo costuma ser bastante eficaz e vantajoso em aplicações nas quais a matriz a ser manipulada é de ordem elevada e com poucos de seus elementos sendo diferentes de zero.

Conforme apresentamos nos tópicos que antecederam esta seção a modelagem da rede hidráulica resulta em uma matriz. Esta última serve como base para aplicação da técnica de Gauss.

De modo simplificado, a aplicação do método de Gauss-Sidel para solução matemática de nossa situação problema nos leva a desenvolver a seguinte sequência de passos:

- I. Calcula-se a velocidade do fluido no trecho a partir de um “chute” inicial;
- II. Calculam-se os valores dos coeficientes de rugosidade $[a]$ de cada trecho a partir da correspondente equação matemática do parâmetro $[a]$, anteriormente apresentada (eq. 47);
- III. A partir dos valores de $[Q]$ conhecidos previamente (dados de entrada do programa) e dos valores de coeficientes de rugosidade calculados na interação anterior, calcula-se (estima-se) os valores de $[H]$;
- IV. Os passos anteriores são repetidos em forma de loop, sequencialmente, até que sejam obtidos resultados numéricos dentro da faixa de precisões também estipulada previamente.

Em termos de equações matemáticas teremos as seguintes interações:

$$\begin{cases} Y_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \Rightarrow X_1 = \frac{Y_1 - a_{12}X_2}{a_{11}} & (61) \\ Y_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 \Rightarrow X_2 = \frac{Y_2 - a_{12}X_1}{a_{22}} & (62) \end{cases}$$

Aplicando-se esta fundamentação algébrica na solução de nosso problema, calculamos os valores de X_1 e X_2 em cada iteração, até que estes alcancem a precisão requerida.

As equações correspondentes aos aspectos listados nos parágrafos acima são:

$$Y_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \Leftrightarrow Q_1 = a_{11}H_1 + a_{12}H_2 \quad (63)$$

$$Y_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 \Leftrightarrow Q_2 = a_{21}H_1 + a_{22}H_2 \quad (64)$$

5.2 MÉTODO DE NEWTON

Também designado de método de Newton-Raphson, trata-se de um dos mais conhecidos e poderosos métodos para solução de problemas numéricos. Em geral está associado a sistemas com várias equações e várias incógnitas.

Trata-se de um método iterativo para sistemas de ordem n . O método vai envolver as funções de interesse e suas derivadas parciais até primeira ordem (linearização da função) como sendo contínuas e limitadas dentro dos critérios de convergência, obviamente as funções devem ser diferenciáveis dentro do intervalo considerado.

Os conceitos do método de Newton podem ser melhor compreendidos a partir da série de Taylor:

$$F(X) = F(X_0) + F'(X_0) \times \Delta_x + F''(X_0) \times (\Delta_x)^2 + F'''(X_0) \times (\Delta_x)^3 \quad (65)$$

Onde:

$F'(X_0)$: Derivada de primeira ordem da função;

$F''(X_0)$: Derivada de segunda ordem da função;

$F'''(X_0)$: Derivada de terceira ordem da função;

$$\Delta_x = X - X_0 \quad (66)$$

Com o método de Newton objetivamos linearizar a função, logo truncaremos a série de Taylor a partir da derivada de segunda ordem, ou seja, trabalharemos apenas com a derivada de primeira ordem, obtendo:

$$F(X) = F(X_0) + F'(X_0) \times \Delta_x \quad (67)$$

A função $F(X)$ será nossa função de interesse e nosso intuito é solucionar a mesma, logo para obter as raízes de $F(X)$, igualaremos $F(X)$ a zero na expressão acima:

$$F(X) = F(X_0) + F'(X_0) \times \Delta_x ; F(X) = 0 \Rightarrow 0 = F(X_0) + F'(X_0) \times \Delta_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 - F(X_0) = F'(X_0) \times \Delta_x \Rightarrow$$

$$\Delta_x = \frac{0 - F(X_0)}{F'(X_0)} \quad (68)$$

Em termos matriciais teremos:

$$[\Delta_x] = [0 - F(X_0)] \times [F'(X_0)]^{-1} \quad (69)$$

$$\Delta_x = X - X_0 \Rightarrow X = \Delta_x + X_0 \quad (70)$$

O valor encontrado para variável X será a solução de nosso problema computacional. Ao longo do transcorrer de nossa dissertação apresentaremos exemplos concretos acerca desta temática.

É necessário ainda o cálculo da matriz jacobiana. Em cada iteração é calculado o erro atual até que seja atendido o critério de parada, ponto a partir do qual a solução é considerada verdadeira, pois uma precisão previamente estabelecida foi alcançada.

Considerando, por exemplo, duas funções diferenciáveis $f_1(x,y)$ e $f_2(x,y)$, funções das variáveis independentes x e y , a respetiva matriz jacobiana pode ser descrita como:

$$J(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial x} \\ \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (71)$$

De modo análogo ao método de Gauss, o método de Newton é implementado computacionalmente seguindo uma sequência predefinida de passos que de forma conjunta correspondem ao algoritmo do método de Newton.

A principal desvantagem associada ao método de Newton decorre do fato de que o mesmo necessita que seja calculada a derivada da função de interesse, fato que dependendo da complexidade da função pode não ser obtida analiticamente.

Em nossa proposta de estudo, o método é aplicado a sistemas de equações não-lineares, devendo ser seguida uma sequência de passos, tal como a apresentada a seguir:

Passo 1 - Definição do sistema de equações não-lineares:

$$u = f_1(x,y) \quad (72)$$

$$v = f_2(x,y) \quad (73)$$

Passo 2 - Informar uma possível solução para o sistema:

Supondo que (p, q) é uma possível solução do sistema de equações teremos:
 $0 = f_1(p, q)$; $0 = f_2(p, q)$.

Passo 3 - Obter os valores numéricos para (p, q) , considerando-se $k = 0, 1, 2, 3, \dots n$.

3.1– Calcular:

$$F(P_k) = \begin{pmatrix} f_1(p_k, q_k) \\ f_2(p_k, q_k) \end{pmatrix} \quad (74)$$

3.2 – Calcular a matriz jacobiana:

$$J(P_k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(p_k, q_k)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(p_k, q_k)}{\partial x} \\ \frac{\partial f_1(p_k, q_k)}{\partial y} & \frac{\partial f_2(p_k, q_k)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (75)$$

3.3 – Determinar o Δ_p a partir da solução da equação matricial:

$$J(P_k) \times \Delta_p = -F(P_k) \quad (76)$$

3.4 – Determinar o passo seguinte através da expressão:

$$P_{k+1} = P_k + \Delta_p \quad (77)$$

3.5 – Repetir os passos anteriores até que os critérios de parada e precisão sejam atingidos.

Dentre os procedimentos descritos, o cálculo do parâmetro Δ_p será o que vai requisitar um maior esforço computacional.

A aplicação das técnicas propostas por Newton para resolução de nossos problemas computacionais nos levará a necessidade de derivar a variável Q (Vazão) em relação a H (pressão), de modo atender o seguinte equacionamento matemático:

$$\frac{dQ_i}{dH_K} = \sum_{j=1}^n \frac{d(H_i - H_j) \times a_{ij}}{dH_K} \quad (78)$$

Sendo:

N: Número de nós;

J: Nós adjacentes ao nó de interesse (os nós não adjacentes não entram neste somatório).

Ainda correlacionando as prerrogativas do método de Newton com nosso tema de estudo, e levando em conta que os cálculos devem ser realizados a partir de manipulações matemáticas em vetores e matrizes, serão validas as seguintes operações:

$$\Delta_Q = \frac{dQ_i}{dH_K} \times \Delta_H \Rightarrow \Delta_H = \left(\frac{dQ_i}{dH_K} \right)^{-1} \times \Delta_Q \quad (79)$$

$$\Delta_H = H_{NOVO} - H_{ANTERIOR} \Rightarrow H_{NOVO} = H_{ANTERIOR} + \Delta_H \quad (80)$$

A critério do programador, quando se deseja acelerar o processo de conversão, pode-se definir um coeficiente de passo, que pode ser entendido como um fator multiplicador do parâmetro Δ_H , de modo que teremos:

$$H_{NOVO} = H_{ANTERIOR} + \alpha \times \Delta_H \quad (81)$$

Onde:

α : Coeficiente de passo.

Conforme descrito nos parágrafos anteriores as variáveis Q e H, tratam-se de matrizes a serem manipuladas. Como consequência disto teremos como resultado da derivada de Q em relação a H, uma nova matriz com aspecto visual conforme especificações abaixo:

$$\frac{dQ_i}{dH_K} = \begin{bmatrix} \frac{dQ_1}{dH_1} & \frac{dQ_2}{dH_1} & \frac{dQ_3}{dH_1} & \frac{dQ_4}{dH_1} & \dots & \frac{dQ_n}{dH_1} \\ \frac{dQ_1}{dH_2} & \frac{dQ_2}{dH_2} & \frac{dQ_3}{dH_2} & \frac{dQ_4}{dH_2} & \dots & \frac{dQ_n}{dH_2} \\ \frac{dQ_1}{dH_3} & \frac{dQ_2}{dH_3} & \frac{dQ_3}{dH_3} & \frac{dQ_4}{dH_3} & \dots & \frac{dQ_n}{dH_3} \\ \frac{dQ_1}{dH_4} & \frac{dQ_2}{dH_4} & \frac{dQ_3}{dH_4} & \frac{dQ_4}{dH_4} & \dots & \frac{dQ_n}{dH_4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{dQ_1}{dH_n} & \frac{dQ_2}{dH_n} & \frac{dQ_3}{dH_n} & \frac{dQ_4}{dH_n} & \dots & \frac{dQ_n}{dH_n} \end{bmatrix}_{n \times n} \Rightarrow$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & -a_{12} & -a_{13} & -a_{14} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & a_{22} & -a_{23} & -a_{24} & \dots & -a_{2n} \\ -a_{31} & -a_{32} & a_{33} & -a_{34} & \dots & -a_{3n} \\ -a_{41} & -a_{42} & -a_{43} & a_{44} & \dots & -a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & -a_{n3} & -a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (82)$$

Sendo:

n : Número de nós.

Cada elemento a_{ij} corresponderá ao respectivo trecho que esta sendo analisado. Ex.: $a_{11} = a_{ij}$; i: Nó inicial do trecho; j: Nó final do trecho.

Outro aspecto relevante a ser considerado é o fato de que os elementos da diagonal principal da matriz vão corresponder ao somatório dos elementos “ a_{ij} ” ligados ao respectivo nó com sinal invertido, conforme segue:

$$a_{11} = \sum -(-a_{12}-a_{13}-a_{14}) = a_{12} + a_{13} + a_{14} \quad (83)$$

$$a_{22} = \sum -(-a_{21}-a_{23}-a_{24}) = a_{21} + a_{23} + a_{24} \quad (84)$$

$$a_{33} = \sum -(-a_{31}-a_{32}-a_{34}) = a_{12} + a_{13} + a_{14} \quad (85)$$

$$a_{44} = \sum -(-a_{41}-a_{42}-a_{43}) = a_{41} + a_{42} + a_{43} \quad (86)$$

Os demais elementos da linha da matriz vão corresponder aos valores dos coeficientes a_{ij} do respectivo trecho com sinal invertido.

Como forma de facilitar o entendimento abaixo exemplificaremos a metodologia a partir dos cálculos de dois elementos da matriz $\frac{dQ_i}{dH_K}$, a partir da topologia apresentada na figura abaixo:

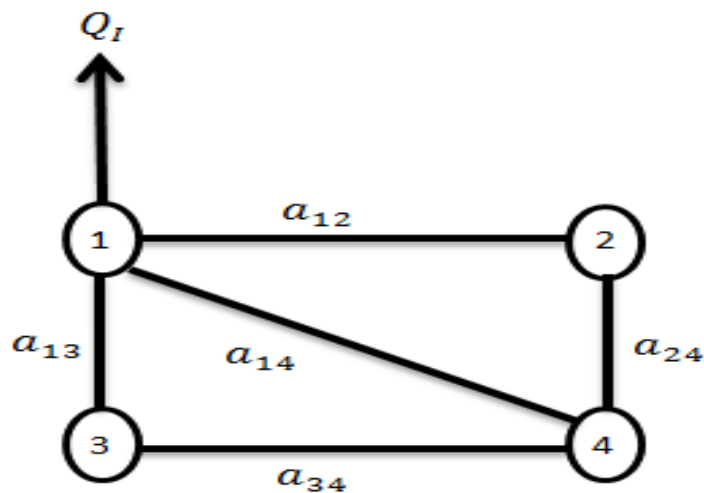


Fig. 9. Topologia rede 5 trechos a ser resolvida através método de Newton. Fonte: Elaborado pelo Autor.

Expressão correspondente ao nó 1:

$$Q_I = (H_1 - H_2) \times a_{12} + (H_1 - H_3) \times a_{13} + (H_1 - H_4) \times a_{14} \quad (87)$$

Para fins de obter os elementos da matriz $\frac{dQ_i}{dH_K}$ calcularemos a derivada da expressão acima em relação a H_1 e em seguida em relação a H_2 .

Derivando em relação a H_1 :

$$\frac{dQ_1}{dH_1} = \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_2}{dH_1} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_3}{dH_1} \right) \times a_{13} + \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_4}{dH_1} \right) \times a_{14} \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_1} = (1 - 0) \times a_{12} + (1 - 0) \times a_{13} + (1 - 0) \times a_{14} = a_{12} + a_{13} + a_{14} \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_1} = a_{12} + a_{13} + a_{14} \quad (88)$$

Derivando em relação a H_2 :

$$\frac{dQ_1}{dH_2} = \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_2}{dH_2} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_3}{dH_2} \right) \times a_{13} + \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_4}{dH_2} \right) \times a_{14} \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_2} = (0 - 1) \times a_{12} + (0 - 0) \times a_{13} + (0 - 0) \times a_{14} = -a_{12} \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_2} = -a_{12} \quad (89)$$

6 ALGORITMO

A modelagem matemática vai ter como requisitos mínimos:

- a) Conhecimento prévio da topologia da rede, ou seja, da interligação entre os trechos e nós que a constituem;
- b) Conhecimento do diâmetro e do comprimento de cada trecho de dutos;
- c) Disponibilidade de dados ainda mais específicos, tais como rugosidade da parede interna da tubulação, viscosidade cinemática do fluido e da elevação dos nós;

- d) Necessita-se ainda da carga hidráulica do nó de alimentação e das vazões (de entrada ou saída) dos nós da rede.

A implementação computacional deve seguir a sequência de passos descrita abaixo:

- I. Inicialmente atribuir um valor para o parâmetro velocidade da água (V), para todos os trechos da rede;
- II. Calcular: $R_e = \left(V \times \frac{D}{\nu} \right)$ e, em seguida, o valor de f para cada trecho da rede;
- III. Calcular os valores de a_j associados aos trechos da rede através da eq. 47;
- IV. A partir das equações matriciais obtidas, construir o sistema de equações lineares da rede (eq. 48 e 49);
- V. Calcular os valores de H associando-os a uma iteração i_t , em seguida, os valores de q ;
- VI. Calcular os novos valores de V , associados aos trechos da rede e à iteração i_t ;
- VII. Realizar nova iteração, calculando-se os novos valores de f , a_j , H e q ;
- VIII. Repetir as iterações até obter convergência dos valores de H .

A partir dos passos descritos anteriormente obteremos como resultado uma matriz quadrada, que serve como ponto inicial para aplicação dos métodos de Gauss e Newton, abordados anteriormente.

A implementação da modelagem proposta requer que consideremos algumas possibilidade simplificadoras, dentre as quais:

- a) Sistema em regime permanente;
- b) Fluido incompressível;
- c) Trocas de calor são desconsideradas;
- d) Todas as perdas por atrito do escoamento do fluido e variações nas propriedades das seções devem ser consideradas em cada trecho, preenchendo a respectiva posição na correspondente matriz;

A rotina de programação é descrita abaixo, após apresentamos o fluxograma correspondente à sequência de operações implementada no software.

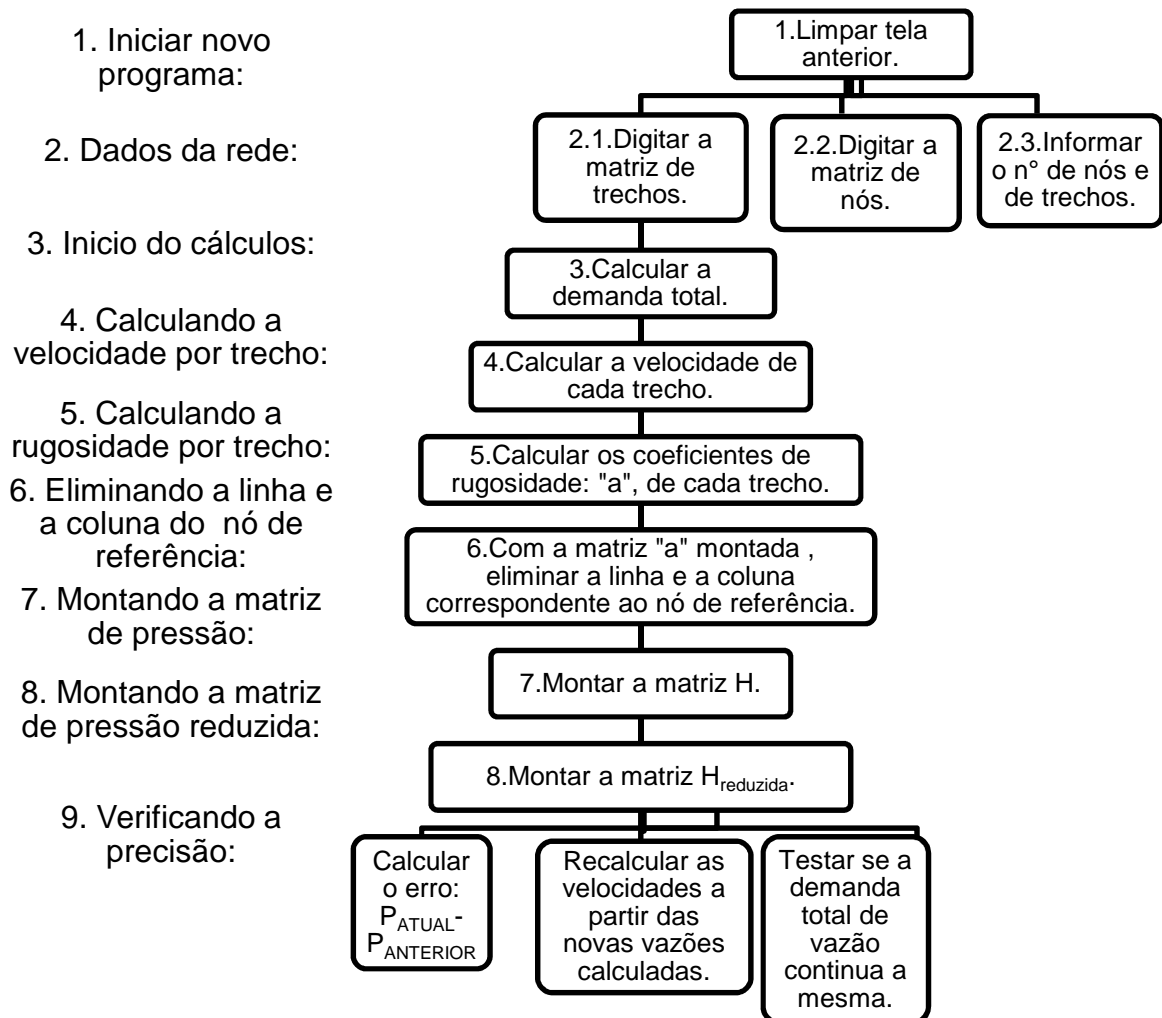


Fig. 10. Sequência de operações para implementação do programa. Fonte: Elaborado pelo autor.

Aspectos a serem avaliados:

- Número de interações até o algoritmo desenvolvido convergir para valores de elevada confiabilidade;
- Calibração, ajuste e verificação dos instrumentos e acessórios relacionados à medição;
- Grandezas de influência externa;
- Resultado esperado das medições;

As iterações necessárias à solução da situação problema são controladas por um laço *while* associado a um contador, conforme pode ser visualizado no programa reproduzido integralmente no anexo.

A matriz de trechos descrita no item 2.1 do fluxograma acima tem o layout a seguir, onde cada linha da matriz vai corresponder a um trecho da rede de dutos.

$$\begin{bmatrix} \text{Nó inicial} & \text{Nó final} & \text{Comprimento(m)} & \text{Rugosidade } \varepsilon \text{ (mm)} & \text{Diâmetro(mm)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{N}^\circ \text{ de trechos} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Fig. 11. Matriz de trechos. Fonte: Elaborado pelo autor.

A matriz de nós descrita no item 2.2 do fluxograma acima tem o layout a seguir, onde cada linha da matriz vai corresponder a um nó da rede de dutos.

$$\begin{bmatrix} \text{N}^\circ \text{ do Nó} & \text{Elevação } Z_I \text{ (m)} & \text{Vazão no Nó} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{N}^\circ \text{ de nós} & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Fig. 12. Matriz de nós. Fonte: Elaborado pelo autor.

No software Scilab (utilizado durante a implementação), a função “size” será utilizada para obter o dado descrito no item 2.3 do fluxograma anterior, sendo que tal dado informará as dimensões da matriz quadrada das velocidades: V .

O passo 3 será obtido somando-se os elementos da 3ª coluna da matriz de nós: $Q_{\text{TOTAL}} = \sum Q_{\text{NÓS}}$.

Passo 4: A velocidade de cada trecho será armazenada em uma matriz “ V ”. Inicialmente deve-se atribuir velocidade igual a zero como ponto de partida para cada trecho: $V = \text{zeros}(\text{N}^\circ \text{ de nós}, \text{N}^\circ \text{ de nós})$

Posteriormente a velocidade é obtida a partir da expressão:

$$V = \frac{Q_{\text{TOTAL}}}{\frac{\pi D^2}{4}} \quad (90)$$

Passo 5: A rugosidade de cada trecho será armazenada em uma matriz “a”. Para garantir as condições iniciais, deve-se atribuir rugosidade igual à zero para cada trecho: $a = \text{zeros}(\text{N}^\circ \text{ de trechos}, \text{N}^\circ \text{ de trechos})$.

Para cada trecho devem ser informados os parâmetros inerentes à rede:

ε : Rugosidade; D : Diâmetro; ν : Viscosidade cinemática do fluido; L : Comprimento.

Posteriormente calcular o número de Reynolds, o coeficiente de rugosidade do trecho e a rugosidade de cada trecho, a partir das equações:

$$Re = \left(v \times \frac{D}{\nu} \right) \quad (91)$$

$$f = \frac{1,325}{\left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (92)$$

$$a_j = \left[\frac{\pi g D^3}{2 L f |V|} \right]_j \quad (93)$$

As equações propostas são, a partir das hipóteses iniciais, resolvidas através de loops de iteração, para que posteriormente possam ser testadas.

A solução pode ser considerada satisfatória quando o resíduo ou desvio proveniente da comparação entre o último valor calculado e o anterior for idealmente zero, ou quando não for possível, suficientemente pequeno após ciclos de iterações progressivas, determinando que a solução convergiu.

Por último, a critério do desenvolvedor, as variáveis do problema podem ser representadas e analisadas mediante ferramentas tais como tabelas e gráficos.

6.1 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO

A implementação do algoritmo proposto nos parágrafos anteriores foi realizada através do software SCILAB, ambiente computacional utilizado no desenvolvimento de programas destinados a resolução de problemas numéricos.

O SCILAB foi criado e mantido por estudantes e pesquisadores do INRIA²⁷, através de um projeto designado de MÉTALAU²⁸, bem como do ENPC²⁹. Para fins de divulgação irrestrita dos resultados, visto que o software pode ser legalmente utilizado, copiado, distribuído e modificado sem imposições de quaisquer naturezas, bem como divulgar e fortalecer a difusão dos softwares livres, optamos por desenvolver nossas aplicações neste ambiente de programação numérica, visto que o SCILAB é gratuito e distribuído com seu respectivo código fonte (*free/open source software*).

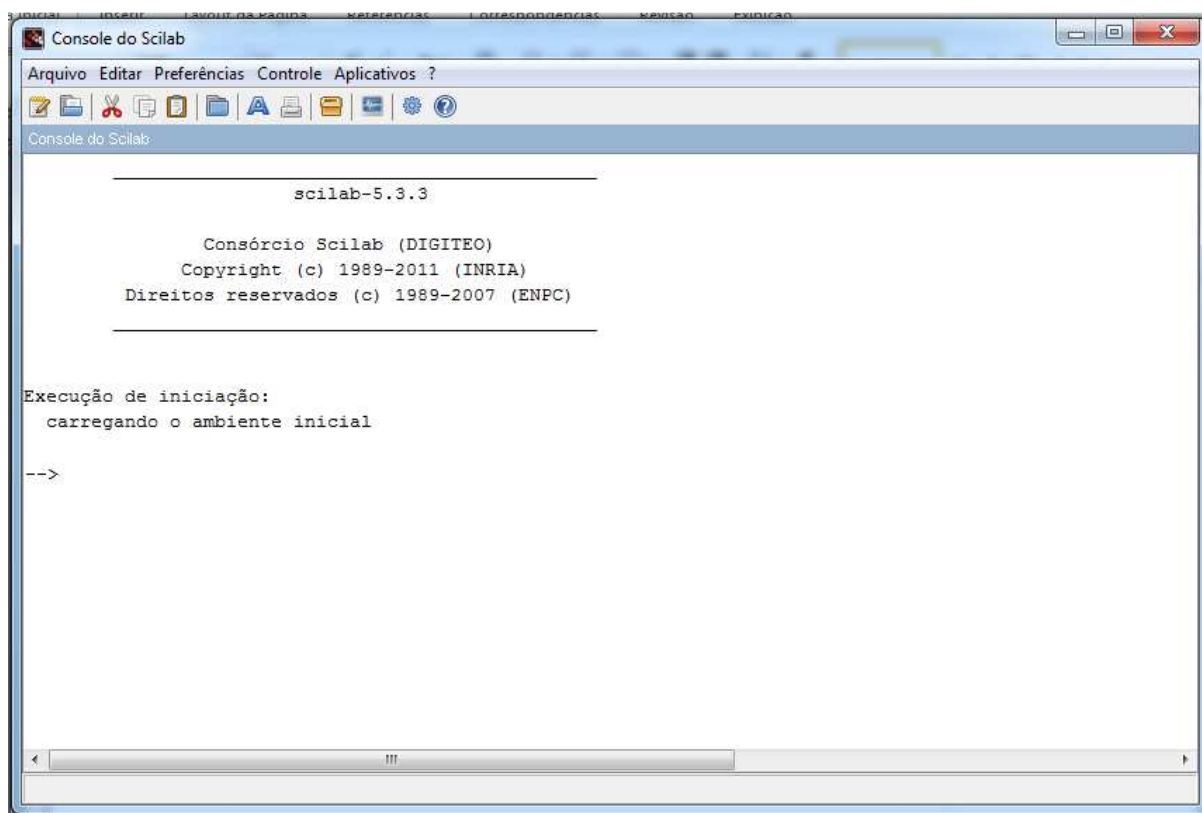


Fig. 13. Detalhe do prompt do comando do SCILAB. Fonte: INRIA / ENPC -SCILAB versão 5.3.3.

²⁷ Institut de Recherche en Informatique et en Automatique.

²⁸ Méthods, algorithmes et logiciels pour l'automatique.

²⁹ École Nationale des Ponts et Chaussées.

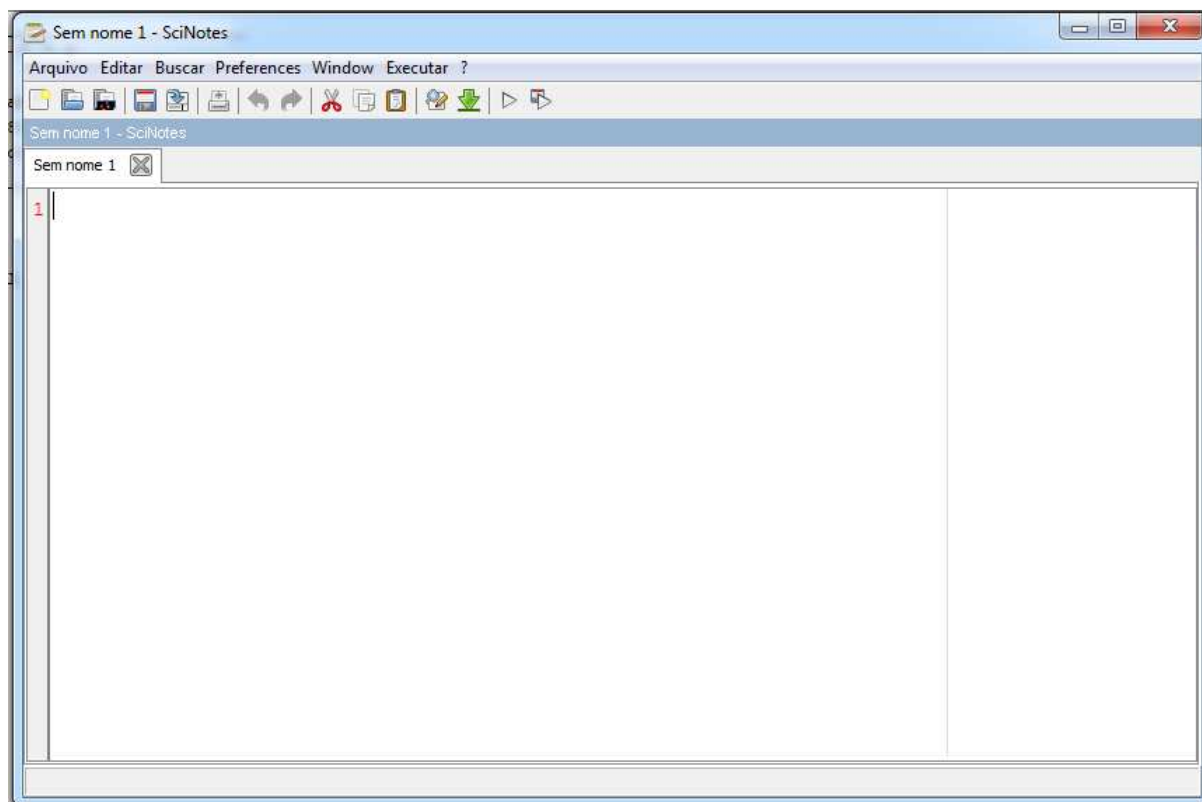


Fig. 14. Ambiente de programação do SCILAB. Fonte: INRIA / ENPC -SCILAB versão 5.3.3.

O ambiente SCILAB pode ser utilizado mediante a digitação de comandos diretamente no *prompt* de comando (fig. 13), assemelhando-se a uma calculadora, ou ainda digitando uma sequência de comandos em um arquivo de texto que posteriormente será transladado para o ambiente de programação do SCILAB (fig. 14).

7 EXEMPLOS PELO MÉTODO DE GAUSS

7.1 3 TRECHOS COM GAUSS

Abaixo o exemplo correspondente a 3 trechos, interconectados a partir de 4 nós, conforme a configuração apresentada na fig. 15. O nó de referência é o nó “1”. A interconexão entre os nós é apresentada na tabela 07.

TABELA 07
INTERCONEXÃO REDE DE 3 TRECHOS.

Trecho	Nó Inicial	Nó Final
1	I	I ₁
2	I	I ₂
3	I	I ₃

A partir das expressões obtidas anteriormente e considerando que a vazão no nó de interesse " I ", denotada por Q_I , vai corresponder à influência dos 3 nós ligados a eles teremos:

$$Q_I = q_{i_1} + q_{i_2} + q_{i_3} \quad (94)$$

Reagrupando os termos obtemos:

$$q_{i_1} = + a_{J_{I1}} [H(I) - H(I_{I1})] \quad (95)$$

$$q_{i_2} = + a_{J_{I2}} [H(I) - H(I_{I2})] \quad (96)$$

$$q_{i_3} = + a_{J_{I3}} [H(I) - H(I_{I3})] \quad (97)$$

$$Q_I = q_{i_1} + q_{i_2} + q_{i_3} \Rightarrow$$

$$Q_I = [H_I - H_{J_{I1}}] a_{J_{I1}} + [H_I - H_{J_{I2}}] a_{J_{I2}} + [H_I - H_{J_{I3}}] a_{J_{I3}} \quad (98)$$

A representação gráfica da rede é apresentada abaixo:

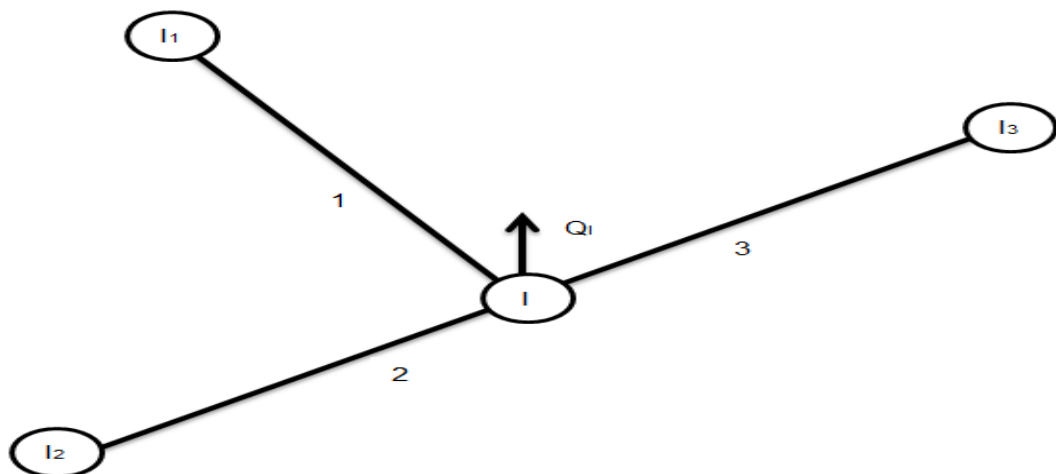


Fig. 15: Interconexão entre nós em rede de 3 trechos. Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da análise da fig. 15 retiramos as seguintes expressões:

$$Q_I = H_I(a_{J_{I1}} + a_{J_{I2}} + a_{J_{I3}}) - H_{J_{I1}}a_{J_{I1}} - H_{J_{I2}}a_{J_{I2}} - H_{J_{I3}}a_{J_{I3}} \quad (99)$$

Em termos matriciais:

$$[Q] = [a] \times [H] \Rightarrow$$

$$Q_I = [a_{J_{I1}} \quad a_{J_{I2}} \quad a_I \quad a_{J_{I3}}] \times \begin{bmatrix} H_{J_{I1}} \\ H_{J_{I2}} \\ H_I \\ H_{J_{I3}} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$Q_I = [(-a_{J_{I1}}) \quad (-a_{J_{I2}}) \quad (a_{J_{I1}} + a_{J_{I2}} + a_{J_{I3}}) \quad (-a_{J_{I3}})] \begin{bmatrix} H_{J_{I1}} \\ H_{J_{I2}} \\ H_I \\ H_{J_{I3}} \end{bmatrix} \quad (100)$$

Os nós I_1 , I_2 e I_3 são nós de saída, em virtude deste fato os seus respectivos parâmetros foram representados com sinal negativo, enquanto que o nó de interesse é um nó de entrada interconectado aos demais nós, em virtude deste aspecto seu respectivo parâmetro é positivo e correspondente ao somatório dos outros 3 nós.

7.2 5 TRECHOS COM GAUSS

Abaixo o exemplo correspondente a 5 trechos conforme a configuração apresentada na fig. 16. O nó de referencia é o nó 1.

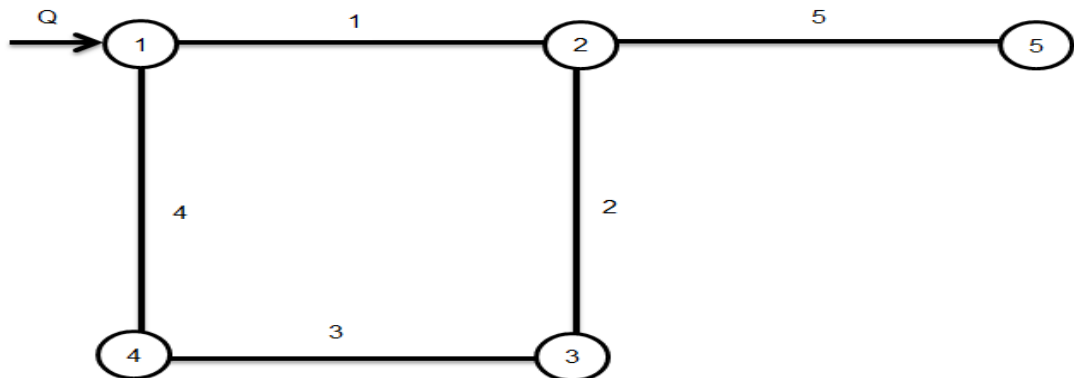


Fig. 16: Interconexão entre nós em rede de 5 trechos. Fonte: Elaborado pelo autor.

A interconexão entre os nós é apresentada na tabela 8, enquanto que a tabela 9 apresenta a vazão líquida, a rugosidade e o diâmetro efetivo de cada trecho da tubulação.

TABELA 8
INTERCONEXÃO REDE DE 5 TRECHOS.

Trecho	Nó Inicial	Nó Final
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	1	4
5	2	5

TABELA 9
DADOS DA REDE DE 5 TRECHOS.

Trecho	Vazão Líquida	Rugosidade	Diâmetro
1	0,00	0,0005	0,2000
2	0,05	0,0005	0,2000
3	0,05	0,0005	0,2000
4	0,15	0,0005	0,2000
5	0,05	0,0005	0,2000

7.3 7 TRECHOS COM GAUSS

Seguindo procedimentos análogos aos descritos no tópico anterior e considerando a rede apresentada na fig. 17 abaixo, temos:

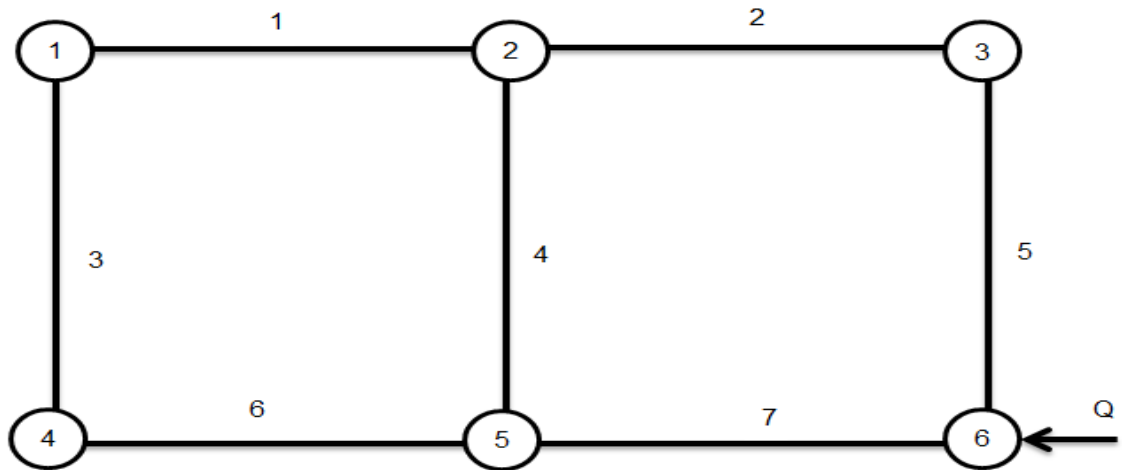


Fig. 17: Interconexão entre nós em rede de 7 trechos.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Trecho 1:

$$Q_1 = [H_1 - H_2] a_1 + [H_1 - H_4] a_3 \Rightarrow$$

$$Q_1 = [H_1 a_1 - H_2 a_1] + [H_1 a_3 - H_4 a_3] \Rightarrow$$

$$Q_1 = H_1 a_1 + H_1 a_3 - H_2 a_1 - H_4 a_3 \Rightarrow$$

$$Q_1 = H_1 \times (a_1 + a_3) - H_2 a_1 - H_4 a_3 \quad (101)$$

Trecho 2:

$$Q_2 = [H_2 - H_1] a_1 + [H_2 - H_5] a_4 + [H_2 - H_3] a_2 \Rightarrow$$

$$Q_2 = [H_2 a_1 - H_1 a_1] + [H_2 a_4 - H_5 a_4] + [H_2 a_2 - H_3 a_2] \Rightarrow$$

$$Q_2 = H_2 a_1 + H_2 a_4 + H_2 a_2 - H_1 a_1 - H_5 a_4 - H_3 a_2 \Rightarrow$$

$$Q_2 = H_2 \times (a_1 + a_4 + a_2) - H_1 a_1 - H_5 a_4 - H_3 a_2 \quad (102)$$

Trecho 3:

$$Q_3 = [H_3 - H_2] a_2 + [H_3 - H_6] a_5 \Rightarrow$$

$$Q_3 = [H_3 a_2 - H_2 a_2] + [H_3 a_5 - H_6 a_5] \Rightarrow$$

$$Q_3 = H_3 a_2 + H_3 a_5 - H_2 a_2 - H_6 a_5 \Rightarrow$$

$$Q_3 = H_3 \times (a_2 + a_5) - H_2 a_2 - H_6 a_5 \quad (103)$$

Trecho 4:

$$Q_4 = [H_4 - H_1] a_3 + [H_4 - H_5] a_6 \Rightarrow$$

$$Q_4 = [H_4 a_3 - H_1 a_3] + [H_4 a_6 - H_5 a_6] \Rightarrow$$

$$Q_4 = H_4 a_3 + H_4 a_6 - H_1 a_3 - H_5 a_6 \Rightarrow$$

$$Q_4 = H_4 \times (a_3 + a_6) - H_1 a_3 - H_5 a_6 \quad (104)$$

Trecho 5:

$$Q_5 = [H_5 - H_4] a_6 + [H_5 - H_2] a_4 + [H_5 - H_6] a_7 \Rightarrow$$

$$Q_5 = [H_5 a_6 - H_4 a_6] + [H_5 a_4 - H_2 a_4] + [H_5 a_7 - H_6 a_7] \Rightarrow$$

$$Q_5 = H_5 a_6 + H_5 a_4 + H_5 a_7 - H_4 a_6 - H_2 a_4 - H_6 a_7 \Rightarrow$$

$$Q_5 = H_5 \times (a_6 + a_4 + a_7) - H_4 a_6 - H_2 a_4 - H_6 a_7 \quad (105)$$

Trecho 6:

$$Q_6 = [H_6 - H_3] a_5 + [H_6 - H_5] a_7 \Rightarrow$$

$$Q_6 = [H_6 a_5 - H_3 a_5] + [H_6 a_7 - H_5 a_7] \Rightarrow$$

$$Q_6 = H_6 a_5 + H_6 a_7 - H_3 a_5 - H_5 a_7 \Rightarrow$$

$$Q_6 = H_6 \times (a_5 + a_7) - H_3 a_5 - H_5 a_7 \quad (106)$$

Em termos matriciais obtemos:

$$Q_1 = H_1(a_1 + a_3) - H_2 a_1 - H_4 a_3 \Rightarrow H_3 = 0; H_5 = 0; H_6 = 0;$$

$$Q_2 = -H_1 a_1 + H_2(a_1 + a_2 + a_4) - H_3 a_2 - H_5 a_4 \Rightarrow H_4 = 0; H_6 = 0;$$

$$Q_3 = -H_2 a_2 + H_3(a_2 + a_5) - H_6 a_5 \Rightarrow H_1 = 0; H_4 = 0; H_5 = 0;$$

$$Q_4 = -H_1 a_3 + H_4(a_3 + a_6) - H_5 a_6 \Rightarrow H_2 = 0; H_3 = 0; H_6 = 0;$$

$$Q_5 = -H_2 a_4 - H_4 a_6 + H_5(a_4 + a_6 + a_7) - H_6 a_7 \Rightarrow H_1 = 0; H_3 = 0;$$

$$Q_6 = -H_3 a_5 - H_5 a_7 + H_6 \times (a_5 + a_7) \Rightarrow H_1 = 0; H_2 = 0; H_4 = 0;$$

$$[Q] = [a] \times [H] \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6] \times \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 & 0 \\ -a_1 & a_1 + a_2 + a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 + a_5 & 0 & 0 & -a_5 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3 + a_6 & -a_6 & 0 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4 + a_6 + a_7 & -a_7 \\ 0 & 0 & -a_5 & 0 & -a_7 & a_5 + a_7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} \quad (107)$$

Os nós de saída têm seus respectivos parâmetros representados com sinal negativo, enquanto que os nós de entrada tem seu parâmetro positivo. Os elementos da diagonal principal correspondem ao somatório dos demais elementos da linha com sinal invertido.

Como o nó de referência é o nó "6", a carga hidráulica no mesmo é fixada, tendo como consequência a eliminação da linha e da coluna 6. Os parâmetros correspondentes aos trechos 5 e 7 devem ser interligados aos nós 3 e 5, que são os nós diretamente ligados ao nó de interesse, conforme pode ser visualizado na fig. 17.

Para que o sistema de equações possa ser resolvido deve-se atribuir um valor para o parâmetro H_6 , fazendo com que o mesmo deixe de ser uma incógnita para o problema, propiciando sua solução. A matriz correspondente após a eliminação do nó 6 passa ser:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 + a_5 H_6 \\ Q_4 \\ Q_5 + a_7 H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 \\ -a_1 & a_1 + a_2 + a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 \\ 0 & -a_2 & a_2 + a_5 & 0 & 0 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3 + a_6 & -a_6 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4 + a_6 + a_7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} \quad (108)$$

7.4 25 TRECHOS COM GAUSS

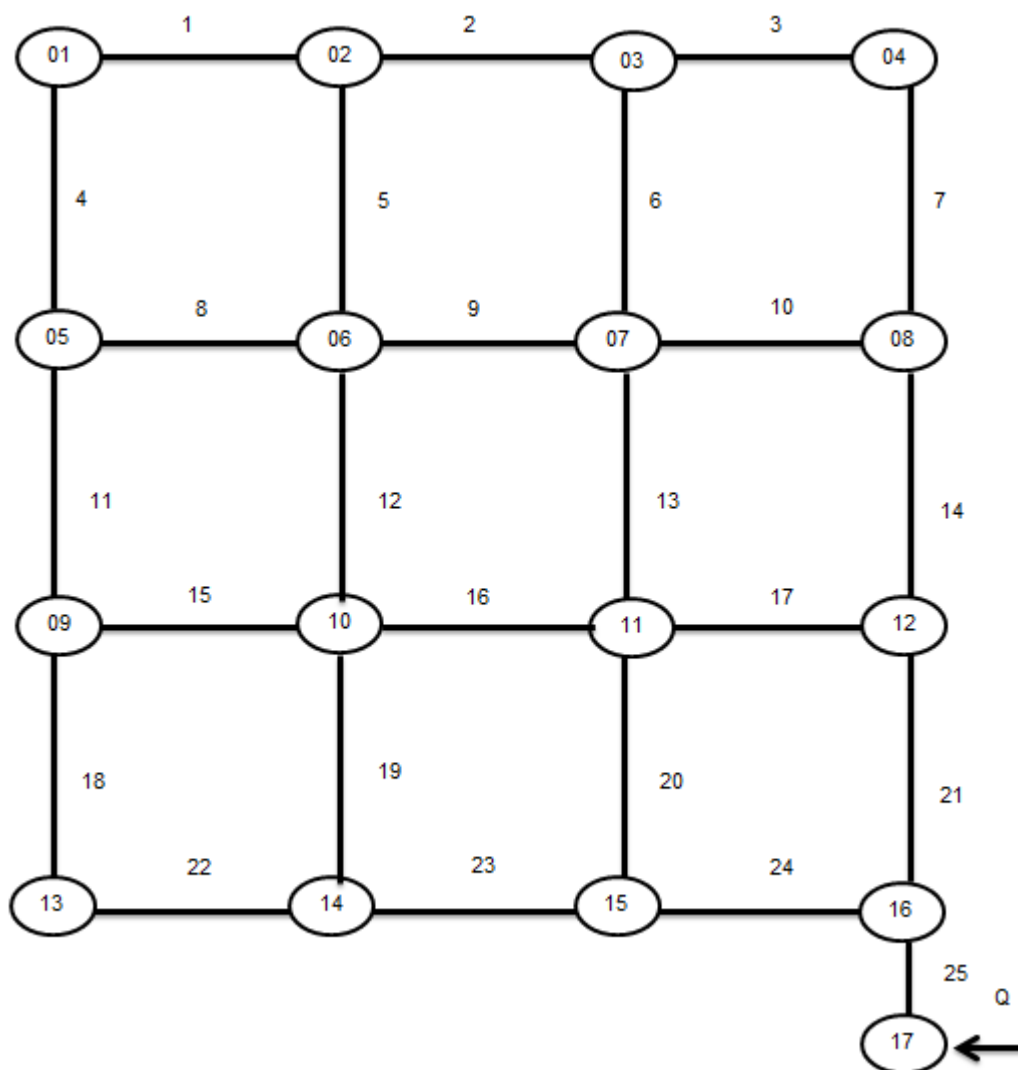


Fig. 18: Interconexão entre nós em rede de 25 trechos.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme se pode observar nos cálculos apresentados nos tópicos anteriores, o acréscimo do número de trechos resultará em um aumento substancial no número de elementos a serem calculados a fim de montar o sistema de equações, que por consequência aumentará bastante o esforço matemático requerido para que se encontre o vetor solução do sistema de equações proposto.

O aumento da quantidade de trechos evidencia a necessidade de automatizar os cálculos, bem como expandir a solução para um número qualquer de trechos, enfatizando a aplicabilidade da modelagem proposta em nossa dissertação.

A solução computacional para uma rede conforme a configuração apresentada na fig. 18 é apresentada no anexo B.

8 EXEMPLOS PELO MÉTODO DE NEWTON

8.1 3 TRECHOS COM NEWTON

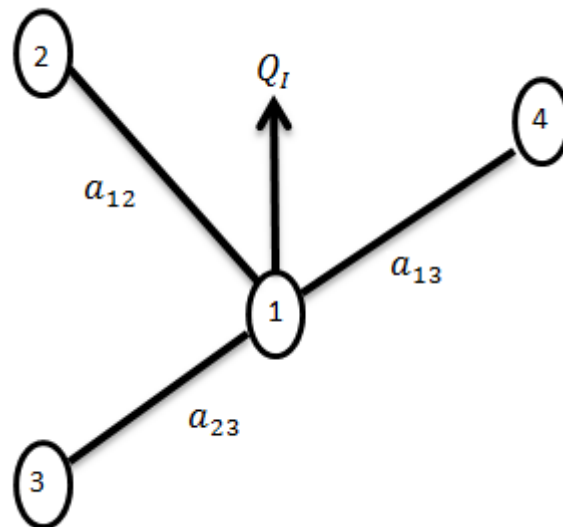


Fig. 19: Interconexão entre nós em rede de 3 trechos.
Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA 10
INTERCONEXÃO REDE DE 3 TRECHOS.

Trecho	Nó Inicial	Nó Final
1	1	1 ₁
2	1	1 ₂
3	1	1 ₃

O método de Newton pressupõe a taxa de variação de uma grandeza em função de outra, no caso de nosso estudo teremos a função $Q_i = F_i(H)$, ou seja, a vazão será função da pressão.

Sabe-se que: $[Q] = [a] \times [H]$, bem como: $Q = \sum a_i H_i$, o que nos levará a seguinte expressão, no caso de uma rede de 3 trechos:

$$Q_I = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \quad (109)$$

Reagrupando os termos obtemos:

$$Q_1 = a_{12}[H_1 - H_2] + a_{23}[H_1 - H_3] + a_{13}[H_1 - H_4] \quad (110)$$

$$Q_2 = a_{12}[H_2 - H_1] \quad (111)$$

$$Q_3 = a_{23}[H_3 - H_1] \quad (112)$$

$$Q_4 = a_{13}[H_4 - H_1] \quad (113)$$

Partindo do princípio que a vazão será função da pressão, calcularemos a taxa de variação da vazão em função da pressão. Como a taxa de variação de uma grandeza corresponde a sua derivada teremos que calcular:

$$\frac{dQ_i}{dH_K} = \sum_{j=1}^n \frac{d(H_i - H_j) \times a_{ij}}{dH_K} \quad (114) \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_1} = \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_2}{dH_1} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_3}{dH_1} \right) \times a_{23} + \left(\frac{dH_1}{dH_1} - \frac{dH_4}{dH_1} \right) \times a_{13} \Rightarrow$$

$$\frac{dQ_1}{dH_1} = a_{12} + a_{23} + a_{13} \quad (115)$$

$$\frac{dQ_2}{dH_1} = \left(\frac{dH_2}{dH_1} - \frac{dH_1}{dH_1} \right) \times a_{12} \Rightarrow \frac{dQ_2}{dH_1} = -a_{12} \quad (116)$$

$$\frac{dQ_3}{dH_1} = \left(\frac{dH_3}{dH_1} - \frac{dH_1}{dH_1} \right) \times a_{23} \Rightarrow \frac{dQ_3}{dH_1} = -a_{23} \quad (117)$$

$$\frac{dQ_4}{dH_1} = \left(\frac{dH_4}{dH_1} - \frac{dH_1}{dH_1} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_4}{dH_1} = -a_{13} \quad (118)$$

$$\frac{dQ_1}{dH_2} = \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_2}{dH_2} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_3}{dH_2} \right) \times a_{23} + \left(\frac{dH_1}{dH_2} - \frac{dH_4}{dH_2} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_1}{dH_2} = -a_{12} \quad (119)$$

$$\frac{dQ_2}{dH_2} = \left(\frac{dH_2}{dH_2} - \frac{dH_1}{dH_2} \right) \times a_{12} \Rightarrow \frac{dQ_2}{dH_2} = a_{12} \quad (120)$$

$$\frac{dQ_3}{dH_2} = \left(\frac{dH_3}{dH_2} - \frac{dH_1}{dH_2} \right) \times a_{23} \Rightarrow \frac{dQ_3}{dH_2} = 0 \quad (121)$$

$$\frac{dQ_4}{dH_2} = \left(\frac{dH_4}{dH_2} - \frac{dH_1}{dH_2} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_4}{dH_2} = 0 \quad (122)$$

$$\frac{dQ_1}{dH_3} = \left(\frac{dH_1}{dH_3} - \frac{dH_2}{dH_3} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_3} - \frac{dH_3}{dH_3} \right) \times a_{23} + \left(\frac{dH_1}{dH_3} - \frac{dH_4}{dH_3} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_1}{dH_3} = -a_{23} \quad (123)$$

$$\frac{dQ_2}{dH_3} = \left(\frac{dH_2}{dH_3} - \frac{dH_1}{dH_3} \right) \times a_{12} \Rightarrow \frac{dQ_2}{dH_3} = 0 \quad (124)$$

$$\frac{dQ_3}{dH_3} = \left(\frac{dH_3}{dH_3} - \frac{dH_1}{dH_3} \right) \times a_{23} \Rightarrow \frac{dQ_3}{dH_3} = a_{23} \quad (125)$$

$$\frac{dQ_4}{dH_3} = \left(\frac{dH_4}{dH_3} - \frac{dH_1}{dH_3} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_4}{dH_3} = 0 \quad (126)$$

$$\frac{dQ_1}{dH_4} = \left(\frac{dH_1}{dH_4} - \frac{dH_2}{dH_4} \right) \times a_{12} + \left(\frac{dH_1}{dH_4} - \frac{dH_3}{dH_4} \right) \times a_{23} + \left(\frac{dH_1}{dH_4} - \frac{dH_4}{dH_4} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_1}{dH_4} = -a_{13} \quad (127)$$

$$\frac{dQ_2}{dH_4} = \left(\frac{dH_2}{dH_4} - \frac{dH_1}{dH_4} \right) \times a_{12} \Rightarrow \frac{dQ_2}{dH_4} = 0 \quad (128)$$

$$\frac{dQ_3}{dH_4} = \left(\frac{dH_3}{dH_4} - \frac{dH_1}{dH_4} \right) \times a_{23} \Rightarrow \frac{dQ_3}{dH_4} = 0 \quad (129)$$

$$\frac{dQ_4}{dH_4} = \left(\frac{dH_4}{dH_4} - \frac{dH_1}{dH_4} \right) \times a_{13} \Rightarrow \frac{dQ_4}{dH_4} = a_{13} \quad (130)$$

Por tratar-se de uma rede com três trechos e quatro nós teremos que a matriz correspondente terá dimensões 4 x 4, com o seguinte aspecto:

$$\frac{dQ_i}{dH_K} = \begin{bmatrix} \frac{dQ_1}{dH_1} & \frac{dQ_2}{dH_1} & \frac{dQ_3}{dH_1} & \frac{dQ_4}{dH_1} \\ \frac{dQ_1}{dH_2} & \frac{dQ_2}{dH_2} & \frac{dQ_3}{dH_2} & \frac{dQ_4}{dH_2} \\ \frac{dQ_1}{dH_3} & \frac{dQ_2}{dH_3} & \frac{dQ_3}{dH_3} & \frac{dQ_4}{dH_3} \\ \frac{dQ_1}{dH_4} & \frac{dQ_2}{dH_4} & \frac{dQ_3}{dH_4} & \frac{dQ_4}{dH_4} \end{bmatrix}_{n \times n} \Rightarrow \begin{bmatrix} (a_{12} + a_{23} + a_{13}) & -a_{12} & -a_{23} & -a_{13} \\ -a_{12} & a_{12} & 0 & 0 \\ -a_{23} & 0 & a_{23} & 0 \\ -a_{13} & 0 & 0 & a_{13} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (131)$$

Reescrevendo a equação a partir da expressão geral do método de Newton e inter-relacionando a mesma com as equações acima, teremos:

$$[\Delta_Q] = [\Delta_H] \times \left[\frac{dQ_i}{dH_K} \right] \Rightarrow [\Delta_H] = [\Delta_Q] \times \left[\frac{dQ_i}{dH_K} \right]^{-1} \quad (132)$$

Ou ainda:

$$H_{FINAL} = H_{INICIAL} - [\Delta_Q] \times \left[\frac{dQ_i}{dH_K} \right]^{-1} \quad (133)$$

8.2 25 TRECHOS COM NEWTON

De modo análogo ao descrito no método de Gauss, a resolução manual, pelo método de Newton, de um sistema constituído por um elevado número de trechos torna-se muito demorada e com alta probabilidade de obtenção de valores imprecisos, caracterizando a necessidade de desenvolver um algoritmo capaz de otimizar e agilizar os cálculos associadas a esta problemática.

No anexo “B” deste texto apresentamos o programa desenvolvido para solucionar o equacionamento de uma rede de 25 trechos pelo método de Newton, tal qual a disposição de trechos e nós apresentados na figura abaixo.

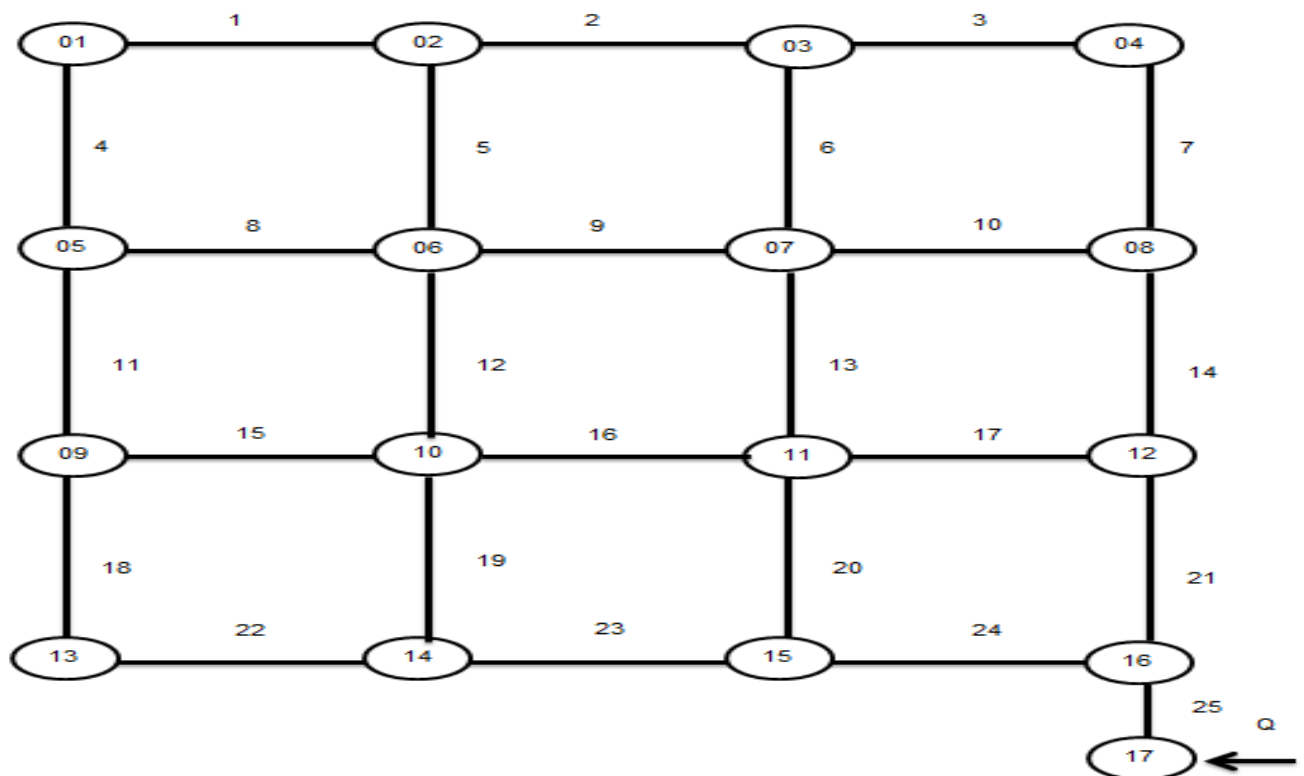


Fig. 20: Interconexão entre nós em rede de 25 trechos.
Fonte: Elaborado pelo autor.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Objetivamos apresentar, de modo flexível, com disposição conveniente dos assuntos, da forma que julgamos possível, os conteúdos científicos e principais aspectos correlacionados aos itens descritos ao longo do texto, principalmente nos seus tópicos iniciais.

Como proposta ou previsão de melhorias/aprofundamentos da temática descrita neste material, indicamos o estudo de sistemas de tubulações radiais, bem como aspectos mais detalhados acerca da dinâmica dos fluidos em tubulações, considerando situações tais como escoamento em regime não permanente, vibrações induzidas pelo escoamento, ondas sonoras produzidas por turbilhões ou ondas de choque e flutuações não permanentes de pressão, uma vez que tais temas não foram contemplados, visto que, conforme explicitado no texto, optamos por uma descrição do comportamento via média temporal dos dados.

Outra possível aplicação futura a ser desenvolvida, com base nos resultados obtidos por nossos cálculos, seria o desenvolvimento de um estimador de estados, com a finalidade precípua de prever os aspectos relativos à rede de nós interconectados que formam as redes de distribuição de fluidos derivados de petróleo.

Apesar de nossos esforços meticulosos, mesmo cientes que são inevitáveis a presença de erros ao longo do texto, esperamos ter consignado com sucesso os objetivos propostos na introdução deste material, estruturando e apresentando de forma didática a temática proposta, visando fazer com que a mesma tenha boa acolhida e torne-se referência básica, assim como contribuir de algum modo para difusão de conhecimento para uma ampla gama de profissionais que desenvolvem atividades de operação/manutenção ou que tem interesse nas áreas de controle automático de processos, automação e principalmente instrumentação industrial, bem como docentes e discentes entusiastas da área.

ANEXO A – DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO PERDA DE CARGA POR TRECHO

Considerando um trecho J constituído por 2 nós J_1 e J_2 e denotando as suas respectivas vazões por $Q_{j(j_1)}$ e $Q_{j(j_2)}$ além do escoamento do fluido entrando pelo nó J_1 e saindo pelo nó J_2 .

Considerando que não há perdas, com J_1 positivo e J_2 negativo, pode-se considerar que:

$$Q_{j(j_1)} = -Q_{j(j_2)} \quad (A.1)$$

Partindo-se da eq. 44, obtida ao longo do corpo do texto base, podemos deduzir a expressão geral da vazão por trecho:

$$H(J_1) - H(J_2) = \left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V| \right]_J q_j \Rightarrow q_j = \frac{H(J_1) - H(J_2)}{\left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V| \right]_J} \Rightarrow$$

$$q_j = \frac{H(J_1)}{\left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V| \right]_J} - \frac{H(J_2)}{\left[\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V| \right]_J} \Rightarrow$$

$$q_j = \left[\frac{1}{\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V|} \right] \times H(J_1) - \left[\frac{1}{\frac{2}{\pi g} \frac{L}{D^3} f|V|} \right] \times H(J_2) \Rightarrow$$

$$q_j = \left[\frac{\pi g}{2} \times \frac{D^3}{L} \times \frac{1}{f|V|} \right] \times H(J_1) - \left[\frac{\pi g}{2} \times \frac{D^3}{L} \times \frac{1}{f|V|} \right] \times H(J_2) \quad (A.2)$$

Para facilitar os cálculos e melhorar o aspecto visual da equação, passamos a definir os coeficientes de $H(J_1)$ e $H(J_2)$ por um índice a_j :

$$a_j = \left[\frac{\pi g D^3}{2} \frac{1}{L f|V|} \right]_J \quad (A.3)$$

A partir da combinação das equações anteriores obtemos a expressão geral:

$$q_j = a_j H(J_1) - a_j H(J_2) \quad (A.4)$$

Para o nó 1 temos:

$$q_j(j_1) = a_j H(J_1) - a_j H(J_2) \quad (A.5)$$

Para o nó 2 temos:

$$q_j(j_2) = -a_j H(J_1) + a_j H(J_2) \quad (A.6)$$

De onde observamos que $q_j(j_1) = -q_j(j_2)$. Reescrevendo os termos, desta vez fazendo uso da notação matricial obtemos:

$$[q] = [a] \times [H] \Rightarrow \begin{Bmatrix} q_j(j_1) \\ q_j(j_2) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j & -a_j \\ -a_j & a_j \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} H_{(j_1)} \\ H_{(j_2)} \end{Bmatrix} \quad (A.7)$$

ANEXO B - PROGRAMAÇÃO

B.1 MÉTODO DE GAUUS-SIDEL – REDE 25 TRECHOS

Abaixo apresentamos a versão comentada do programa utilizado para implementar a metodologia proposta no corpo do texto. Neste item trataremos do cálculo via método de Gauss-Sidel.

```

clear
clc
T = [1  2 2000 0.0005 0.200;
     2  3 2000 0.0005 0.200;
     3  4 2000 0.0005 0.200;
     4  1 2000 0.0005 0.200;
     2  5 2000 0.0005 0.250;
     3  7 2000 0.0005 0.300;
     4  8 2000 0.0005 0.250;
     5  6 2000 0.0005 0.200;
     6  7 2000 0.0005 0.300;
     7  8 2000 0.0005 0.250;
     5  9 2000 0.0005 0.250;
     6  10 2000 0.0005 0.400;
     7  11 2000 0.0005 0.400;
     8  12 2000 0.0005 0.250;
     9  10 2000 0.0005 0.250;
    10  11 2000 0.0005 0.400;
    11  12 2000 0.0005 0.300;
     9  13 2000 0.0005 0.300;
    10  14 2000 0.0005 0.400;
    11  15 2000 0.0005 0.400;
    12  16 2000 0.0005 0.250;
    13  14 2000 0.0005 0.250;
    14  15 2000 0.0005 0.400;
    15  16 2000 0.0005 0.600;
    16  17 2000 0.0005 0.600]
N = [1 50 0.00;
     2 51 -0.050;
     3 52 -0.050;
     4 51 -0.150;
     5 55 -0.050;
     6 53 -0.040;
     7 60 -0.020;
     8 55 -0.020;
     9 62 -0.030;
    10 60 -0.010;
    11 70 -0.030;
    12 68 -0.060;
    13 75 -0.040;
    14 72 -0.030;
    15 70 -0.020;
    16 85 -0.030;

```

```

17 90 0.46]

Nno=size(N,1)
Ntre = size(T,1)

// calculando a demanda total
Dt = 0.0
for i = 1:Nno
    Dt = Dt-N(i,3)
end
disp('dT',Dt)
// inicializando as Velocidades iniciais
V = zeros(Nno,Nno)
a = zeros(Nno,Nno)
for i = 1:Ntre
    V(T(i,1),T(i,2)) = Dt/(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
    V(T(i,2),T(i,1)) = -V(T(i,1),T(i,2))
    //disp(i,Dt,(T(i,5)),V(T(i,1),T(i,2)))
end
//disp('V',V*(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
disp(V,'VV')

Ht = zeros(Nno-1)
H = zeros(Nno)
//H(1) = 0
ct = 0.0
erro = 1000.0
ct = 1
while(erro > 0.0000001)
//while(ct < 20)
    // calculando a matriz a
    a = zeros(Nno,Nno)
    for i = 1:Ntre
        in = T(i,1)
        fi = T(i,2)
        e = T(i,4)/1.0
        D = T(i,5)/1.0
        v = 10^-6.0
        L = T(i,3)
        Rey = abs(V(in,fi)*D/v)
        f = 1.325/((log(e/(3.7*D))+5.74/(Rey^0.9)))^2.0)
        num = (%pi*9.81*D^3.0)
        a(in,fi) = -num/(2*L*f*abs(V(in,fi)))
        a(fi,in) = a(in,fi)
        // disp(f,'f',num,'num',(2*L*f*abs(V(in,fi))),'den')
    end

    //disp(a)
    // calculando o aii

    for i = 1:Nno
        for j = 1:Nno
            if (i ~= j) then
                a(i,i) = a(i,i)-a(i,j)
                // disp(i,j,a(i,j))
            else
                end
            end
        end
    end

```



```

    end
end
//disp(a,'a')
Q = N(:,3)
//Q(Nno) = 0.0
b = a

Hslack = 1000
for i = 1:Ntre
    in = T(i,1)
    fi = T(i,2)
    if in == 1
        Q(fi) = Q(fi) + Hslack*(-a(in,fi))
    end
    if fi == 1
        Q(in) = Q(in) + Hslack*(-a(in,fi))
    end
end
Hant = Ht
n = Nno
aux = Q(2:n)
Ht = (b(2:n,2:n)^-1)*aux
erro = sum(Ht-Hant).^2.0
//disp(Ht,'H')
disp(erro)
H(1) = Hslack
for i = 2:Nno
    j = i-1
    H(i)=Ht(j)
end
//
H(2:Nno) = Ht
// calculando as velocidades
for i = 1:Ntre
    in = T(i,1)
    fi = T(i,2)
    aa = a(in,fi)
    V(in,fi) = (aa*H(in)-aa*H(fi))/(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
    V(fi,in) = - V(in,fi)
end
ct = ct+1
//disp(V,'Vn')
// erro = 0.0
end
Qf = V*(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
disp(Qf,'Vazao')
disp(a*H,'Q liquido')
disp(ct,'Ct')
```

Abaixo a transcrição dos principais resultados obtidos:

Vazao																		
column 1 to 7							column 8 to 14							column 15 to 17				
0.	-0.7203831	0.	-0.8096169	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.7203831	0.	-0.1061030	0.	-0.1051393	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.1061030	0.	-0.1747895	0.	0.	0.2305273	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.8096169	0.	0.1747895	0.	0.	0.	0.	0.2339799	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.1051393	0.	0.	0.	0.1660938	0.	0.	0.0765607	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	-0.1660938	0.	-0.0601252	0.	0.	0.1653439	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-0.2305273	0.	0.	0.0601252	0.	-0.1669028	0.	0.	0.2060476	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	-0.2339799	0.	0.	0.1669028	0.	0.	0.	0.1822771	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	-0.0765607	0.	0.	0.	0.	0.2191138	0.	0.	0.0210048	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	-0.1653439	0.	0.	-0.2191138	0.	0.0805062	0.	0.	0.1929290	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.2060476	0.	0.	-0.0805062	0.	-0.1292973	0.	0.	0.4267836	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.1822771	0.	0.	0.1292973	0.	0.	0.	0.	0.3416890	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.0210048	0.	0.	0.	0.	0.2606469	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.1929290	0.	0.	-0.2606469	0.	0.3622441	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.4267836	0.	0.	-0.3622441	0.	0.370679	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.3416890	0.	0.	-0.370679	0.	0.46	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.46	0.	0.	0.

Q liquido

0.17
-0.05
-0.05
-0.15
-0.05
-0.04
-0.02
-0.02
-0.03
-0.01
-0.03
-0.06
-0.04
-0.03
-0.02
-0.03
0.46

Ct

94.

Fig. 21: Resultados obtidos rede 25 trechos método de Gauss-Sidel.
Fonte: Elaborado pelo autor.

B.2 MÉTODO DE NEWTON – REDE 25 TRECHOS

Abaixo a versão comentada do programa utilizado para implementar a metodologia explicitada no tópico correspondente ao método de Newton.

```

clear
clc
T = [1  2 2000 0.0005 0.200;
     2  3 2000 0.0005 0.200;
     3  4 2000 0.0005 0.200;
     4  1 2000 0.0005 0.200;
     2  5 2000 0.0005 0.250;
     3  7 2000 0.0005 0.300;
     4  8 2000 0.0005 0.250;
     5  6 2000 0.0005 0.200;
     6  7 2000 0.0005 0.300;
     7  8 2000 0.0005 0.250;
     5  9 2000 0.0005 0.250;
     6  10 2000 0.0005 0.400;
     7  11 2000 0.0005 0.400;
     8  12 2000 0.0005 0.250;
     9  10 2000 0.0005 0.250;
    10  11 2000 0.0005 0.400;
    11  12 2000 0.0005 0.300;
     9  13 2000 0.0005 0.300;
    10  14 2000 0.0005 0.400;
    11  15 2000 0.0005 0.400;
    12  16 2000 0.0005 0.250;
    13  14 2000 0.0005 0.250;
     4  15 2000 0.0005 0.400;
    15  16 2000 0.0005 0.600;
    16  17 2000 0.0005 0.600]
N = [1 50 0.00;
     2 51 -0.050;
     3 52 -0.050;
     4 51 -0.150;
     5 55 -0.050;
     6 53 -0.040;
     7 60 -0.020;
     8 55 -0.020;
     9 62 -0.030;
    10 60 -0.010;
    11 70 -0.030;
    12 68 -0.060;
    13 75 -0.040;
    14 72 -0.030;
    15 70 -0.020;
    16 85 -0.030;
    17 90 0.46]

Nno=size(N,1)
Ntre = size(T,1)

```

```

// calculando a demanda total
Dt = 0.0
for i = 1:Nno
    Dt = Dt-N(i,3)
end
disp('dT',Dt)
// inicializando as Velocidades iniciais
V = zeros(Nno,Nno)
a = zeros(Nno,Nno)
for i = 1:Ntre
    V(T(i,1),T(i,2)) = Dt/(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
    V(T(i,2),T(i,1)) = -V(T(i,1),T(i,2))
    //disp(i,Dt,(T(i,5)),V(T(i,1),T(i,2)))
end
//disp('V',V*(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
disp(V,'VV')
Hslack = 1000
Ht = zeros(Nno-1)
H = zeros(Nno,1)
//H(1) = 0
ct = 0.0
erro = 1000.0
ct = 1
while(erro > 0.000001)
//while(ct < 20)
    // calculando a matriz a
    a = zeros(Nno,Nno)
    for i = 1:Ntre
        in = T(i,1)
        fi = T(i,2)
        e = T(i,4)/1.0
        D = T(i,5)/1.0
        v = 10^-6.0
        L = T(i,3)
        Rey = abs(V(in,fi)*D/v)
        f = 1.325/((log(e/(3.7*D))+5.74/(Rey^0.9)))^2.0)
        num = (%pi*9.81*D^3.0)
        a(in,fi) = -num/(2*L*f*abs(V(in,fi)))
        a(fi,in) = a(in,fi)
        // disp(f,'f',num,'num',(2*L*f*abs(V(in,fi))),'den')
    end

    //disp(a)
    // calculando o aii

    for i = 1:Nno
        for j = 1:Nno
            if (i ~= j) then
                a(i,i) = a(i,i)-a(i,j)
                // disp(i,j,a(i,j))
            else
                end
            end
        end
    end

    J = a
    for i = 1:Nno

```

```

for j = 1:Nno
    if i==1 & j==1 then
        J(i,j) = 1
    else
        if (i == 1)|(j==1) then
            J(i,j) = 0
        end
    end
end
end
end
Hant = H
H(1) = Hslack
n = Nno
Qc = a*H
Q = N(:,3)
DQ = Q-Qc
DQ(1)=0
erro = sum(DQ).^2.0
DH = J^-1*DQ
H = H + DH
disp('DQ',DQ)
disp('DH',DH)

//disp('erro',ct,erro)

// calculando as velocidades
for i = 1:Ntre
    in = T(i,1)
    fi = T(i,2)
    aa = a(in,fi)
    V(in,fi) = (aa*H(in)-aa*H(fi))/(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
    V(fi,in) = - V(in,fi)
end
ct = ct+1
//disp(V,'Vn')
// erro = 0.0
end
Qf = V*(0.5*(3.1415*(T(i,5)/2.0)^2.0))
disp(Qf,'Vazao')
disp(a*H,'Q liquido')
disp(ct,'Ct')

```

Abaixo a transcrição dos principais resultados obtidos:

Vazao

column 1 to 7							column 8 to 14							column 15 to 17		
0.	-0.8036587	0.	-0.7263413	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.8036587	0.	-0.0045169	0.	-0.2234508	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.0045169	0.	0.1047851	0.	0.	0.1514213	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.7263413	0.	-0.1047851	0.	0.	0.	0.	-0.1225266	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.2299729	0.	0.
0.	0.2234508	0.	0.	0.	0.0986616	0.	0.	0.0014058	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	-0.0986616	0.	0.0942583	0.	0.	0.0616451	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-0.1514213	0.	0.	-0.0942583	0.	0.0077968	0.	0.	0.1801492	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.1225266	0.	0.	-0.0077968	0.	0.	0.	0.	0.0004702	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	-0.0014058	0.	0.	0.	0.	0.2117603	0.	0.	-0.0260795	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	-0.0616451	0.	0.	-0.2117603	0.	0.3096942	0.	0.	-0.1428303	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.1801492	0.	0.	-0.3096942	0.	-0.0924305	0.	0.	0.6093356	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.0004702	0.	0.	0.0924305	0.	0.	0.	0.	0.2129702	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.0260795	0.	0.	0.	0.	0.1928455	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.1428303	0.	0.	-0.1928455	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	-0.2299729	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.6093356	0.	0.	0.	0.	0.3930260	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.2129702	0.	0.	-0.3930260	0.	0.46
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-0.46	0.

Q liquido

0.17
 - 0.05
 - 0.05
 - 0.15
 - 0.05
 - 0.04
 - 0.02
 - 0.02
 - 0.03
 - 0.01
 - 0.03
 - 0.06
 - 0.04
 - 0.03
 - 0.02
 - 0.03
 0.46

Ct

4.

Fig. 22: Resultados obtidos rede 25 trechos método de Newton.
 Fonte: Elaborado pelo autor.

ANALYSIS OF THE LOSS OF LOAD DISTRIBUTION NETWORKS OF FLUIDS OIL PRODUCTS:

Dennys Lopes Alves*

ABSTRACT

This paper presents the development of a mathematical model and its corresponding solution by iterative computational methods, and their respective computational simulation algorithm to determine the losses of load flow calculation and pressure of liquids and fluids used in the oil and gas industry . The dynamics of displacement of fluids within pipes is directly associated with these friction with the inner surface of the pipeline, as well as the turbulence caused by the contact of the various layers forming said fluid. We aim with this study was to estimate some parameters from some simplifying assumptions. The estimated parameters provide a quantitative and qualitative analysis of the gradients of pressure variation along the displacement in the duct network, and influence greatly in other hydraulic parameters such as volumetric flow rate of the system and displacement speed of the fluid. The motivation stems from the fact that such systems, sometimes prays economic aspects, or in most cases both technical, do not allow the installation of measuring stations in areas of difficult access. It is economically feasible in many applications, installing the measurement stations throughout the system, which confirms the importance of the use of the parameter estimators. This inability hinders the monitoring of parameters of interest, such as pressures and flow rates, the mesh points of the fluid distribution. The applicability of the developed method provides the possibility to estimate / measure the possible changes in key parameters that govern the operation of the network by changes of parameters and verify the impact of these changes, such as changing the length and effective diameter of the conduits, increased or reducing the number of nodes and load losses over several passages. Another important technical aspect is related to the ability to detect leaks in the distribution network stretches from the difference in pressure and flow in subsequent nodes. The developed method is proposed to numerically model a hydraulic pipeline network for distribution of fluids derived from petroleum. The simulation aims to provide basic in order to maximize the operation of the network with respect to technical aspects such as maintenance and network expansion grants, as well as increased financial profitability by reducing your operating costs. The optimization is left to the internal routine of the

* Electrical Engineer from the Federal University of Rio Grande do Norte-UFRN, engineering specialist job security (Latu Sensu) University Potiguar-UNP, electrical engineering technician by the Federal Institute of Education Science and Technology of RN-IFRN, technical telecommunications by national service learning industrial-SENAI/RN, technical specialist in equipment inspection, instrumentalist and industrial electrician by Gas Technology Centre and Energy Renovates-CTGAS/ER (Senai-RN).

Address: Rua Santa Izabel, 150, Igapó, Natal - RN, CEP: 59106150.
E-mail: dennysenge@yahoo.com.br

algorithm, since it calculates upon certain cycle of iterations, the value of nodal flow demanded by certain points of the pipeline network. From the mathematical modeling of the problem situation we obtain non-linear expressions, as a direct consequence of the fact that the behavior of our problem situations are investigated by the methods of Gauss - Sidel and Newton - Raphson.

Keywords: Hydraulic Networks; Fluid Distribution, Numerical Methods, Modeling, Flow, Pressure loss.

REFERÊNCIAS

- [1] Righetto, A. M, "**Calibração de modelo hidráulico de rede de distribuição de água,**" em *RBRH-Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, volume 6, n.3 Jul/Set 2001, pág. 33-44;
- [2] Colebrook, C.F., "**Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipes Laws,**" *Journal of the Institution of Civil Engineers*, London, 11, 1938-39, pp. 133-156;
- [3] Haaland, S.E., "**Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Flow**", *Transactions of ASME, Journal of fluids Engineering*, 103, 1983, pp.89-90;
- [4] DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H.. **Sistemas de Controle Modernos**. 11. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009;
- [5] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003;
- [6] BEGA, Egídio Alberto et al. (Org.). **Instrumentação Industrial**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006;
- [7] MARTINS, Nelson. **Manual de Medição de Vazão: Através de placas de orifício, bocais e venturis**. Rio de Janeiro: Interciência, 1998;
- [8] BRUNETTI, Franco. **Mecânica dos Fluidos**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008;
- [9] ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, John M.. **Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações**. São Paulo: Mc Graw Hill, 2007;
- [10] PAZ, Marcos R. da. **Apostila Controle Automático de Processos: SENAI/PETROBRAS**. Natal: CTGÁS-ER, 2008;
- [11] PAZ, Marcos R. da. **Instrumentação Industrial, Notas de Aula do Curso**. CTGAS/ER, 2009;
- [12] DANTAS, Aldayr. **Sistemas de Controle II: Notas de Aula Disciplina**. Departamento de Engenharia Elétrica da UFRN;
- [13] PELICANO, Marcilio. **Processamento de Petróleo: Notas de Aula Disciplina**. Escola de Engenharias da UNP, 2011;
- [14] PIRES, Paulo Sérgio da Motta. **Apostila Introdução ao Scilab: Versão 1.0**. Natal: DCA-UFRN, 2001;
- [15] PIRES, Paulo Sérgio da Motta. **Apostila Métodos Computacionais em Engenharia: Versão 0.2**. Natal: DCA-UFRN, 2000.

- [16] FOX, Robert W.; PRITCHARD, Philip J.; MCDONALD, Alan T. **Introdução a Mecânica dos Fluidos**. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2010.
- [17] FERNANDES, Paulo S. Thiago. **Montagens Industriais: Planejamento, Execução e Controle**. 3. ed. São Paulo: Artliber, 2005.
- [18] TELLES, Pedro Carlos da Silva. **Tubulações Industriais: Materiais, Projeto, Montagem**. 10. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001.
- [19] BOLDRINI, José Luiz et al. **Álgebra Linear**. 3. ed. São Paulo: Harbra Ltda, 1980;
- [20] Normas ABNT. Disponível em: <www.abnt.org.br/default.asp?resolucao=1280X800>, acesso em: 13/03/2013.
- [21] Normas ASME. Disponível em: <www.asme.org/>, acesso em: 13/03/2013.
- [22] Norma ISA. Disponível em: <www.isa.org/>, acesso em: 13/03/2013.
- [23] Coletânea de artigos de instrumentação. Disponível em: <www.controlmagazine.com/>, acesso em: 13/03/2013.
- [24] Perda de carga. Disponível em: <http://www3.fsa.br/localuser/barral/Op_unit/Perda_de_carga.pdf>, acesso em 17/07/2013.